PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 17 — 1. September 1939 — Redaktionsschluß für Nr. 19 am 15. September 1939 — 40. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

H. Haber, Über den Energieaustausch zwischen Translation und Rotation durch Stöße. S. 541.

O. Meißer, Die Ausbiegung schlanker, gerader Stäbe bei Beanspruchung auf Knickung und ihre meßtechnische Verwendung für statische Elastizitätsmoduluntersuchungen. S. 551.

H. Danzer, Zur Theorie der paramagnetischen Relaxation. S. 557.

Berichte:

O. Mathias, Die ballistische Lichttheorie und das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. II. S. 559.

Besprechungen:

H. Teichmann, Vektoralgebra und ihre Anwendungen. S. 572.

Nachrichten. S. 572.

ABHANDLUNGEN

Über den Energieaustausch zwischen Translation und Rotation durch Stöße.

Von H. Haber

A. Einleitung

In einer Reihe von Arbeiten haben H. Schüler, H. Gollnow und Verfasser nachgewiesen[1]), daß aus der Beobachtung von Bandenspektren in gekühlten Hohlkathodenentladungen auf Molekülbildung an der Kathodenoberfläche geschlossen werden muß; denn bei den dort beschriebenen Experimenten sind in allen Fällen die Edelgasdrucke und die Konzentrationen der Molekülkomponenten im Entladungsraum für eine Dreierstoßbildung viel zu gering. Da ferner die Temperatur, bei der der Molekülbildungsprozeß an der Metalloberfläche abläuft (Zerstäubungs-Verdampfungstemperatur), wesentlich über der Temperatur des Edelgases in dem gekühlten Glimmentladungsraum liegt, ließ sich der früher beschriebene charakteristische Abkühlungsvorgang beobachten, der sich in einer Umbesetzung der thermischen Verteilung der Moleküle auf die Rotationszustände äußerte. Die durch die kathodische Zerstäubung aus der Oberfläche herausgeschlagenen Moleküle werden im Gasraum durch Elektronenstoß zum Leuchten angeregt, und die Intensitätsverteilung der Rotationslinien der Banden verrät dabei die wachsende Annäherung der Rotationsverteilung an das Temperaturgleichgewicht mit den Gasatomen bei steigendem Druck. Die Experimente bieten demnach die Möglichkeit, die Vorgänge und Wirkungen beim Stoß eines rotierenden Moleküls mit einem Edelgasatom näher kennenzulernen. Da der Energieaustausch zwischen Translation und Rotation allgemeineres Interesse beansprucht, ist der Versuch gemacht worden, durch größtmögliche Steigerung der Meßgenauigkeit zu bestimmteren Aussagen über die Stoßwirkung zu gelangen.

Es ist eine Besonderheit der Hohlkathodenentladung, daß die beobachteten charakteristischen Zwischenzustände der Rotationsverteilung, die von der Boltzmann-Verteilung abweichen, trotz ihrer Instabilität beliebig lange aufrechterhalten werden können, da sie lediglich eine Funktion des Druckes sind; denn die aus der Kathodenoberfläche herausgeschlagenen Moleküle erleben bei konstantem Druck längs ihres Weges bis zur Rückkehr zur Kathodenwand im Mittel immer die gleiche Anzahl von Stößen, so daß sich dadurch immer die gleiche Umbesetzung der Rotationszustände der Moleküle als beobachtbare Wirkung eben dieser Stöße ergibt. Dieser Schluß setzt allerdings voraus, daß kein anderer Vorgang während der Aufenthaltsdauer der Moleküle im Entladungsraum eine Umbesetzung der Rotationszustände veranlassen kann. Es ist bekannt, daß ein Elektronenstoß, der ja rund 10^4mal schneller abläuft als eine Rotationsperiode, schon wegen der kleinen Elektronenmasse Rotationsquanten nicht anzuregen vermag; eine Änderung der Rotationsverteilung durch die zur Sichtbarmachung der Banden erforderlichen Elektronenstöße ist daher

1) H. Schüler und H. Gollnow, Zeitschr. f. Phys. **108**, 714, 1938; H. Schüler, H. Gollnow und H. Haber, Zeitschr. f. Phys. **111**, 484, 1939; H. Schüler, H. Gollnow und H. Haber, Zeitschrift f. Phys. **111**, 508, 1939; H. Schüler und H. Haber, Zeitschr. f. Phys. **112**, 614, 1939; H. Schüler, H. Gollnow und H. Haber, Naturwiss. **27**, 420, 1939.

nicht zu erwarten. Das stoßende Elektron kann in seltenen Fällen lediglich auf dem Umweg über eine Deformierung der Elektronenhülle den Kernen potentielle Energie übermitteln und dadurch die Anregung eines Schwingungsquants verursachen[1]). Spontane Rotationssprünge unter Emission einer ultraroten Rotationsbande, die sich der Beobachtung entziehen würden, können unbeachtet bleiben, da die Lebensdauer der Rotationszustände etwa 10^4mal größer ist als die Aufenthaltsdauer der Moleküle im Entladungsraum. Allein die Aufspaltung der Rotationsniveaus durch die drei erlaubten Übergänge in je eine P-, Q- und R-Linie bewirkt eine Änderung der Rotationsverteilung, die langsam darauf abzielt, alle Niveaus gleichmäßig zu besetzen. Diese Ausgleichswirkung ist jedoch klein für eine einmalige Anregung, und überdies sind Zusammenstöße im Gasraum ungleich häufiger als Anregungen; diese Fehlerquelle darf daher ohne Schaden unberücksichtigt bleiben. Ferner kann eine Veränderung der Anregungshäufigkeit durch Variation der Stromdichte keine andere Rotationsverteilung zur Beobachtung gelangen lassen, da sich alle anregenden Elektronenstöße im Mittel gleichmäßig auf den Weg des Moleküls von Wand zu Wand verteilen, so daß man bei konstantem Druck immer mit der gleichen Stoßstatistik rechnen muß. Hohe Stromstärken bewirken nur eine Intensitätssteigerung der ganzen Bande, da mehr Moleküle strahlen. Das Ergebnis dieser Überlegung bietet die Möglichkeit, die Wirkung gleicher Stoßzahlen bei verschiedenen Stromdichten unmittelbar miteinander zu vergleichen.

Man hat also die Gewißheit, daß die beobachteten Umbesetzungen der Moleküle auf die einzelnen Rotationszustände nur in den Stößen mit den Gasatomen ihren Grund haben.

B. Die Energieaustauscherscheinungen

Das Aluminiumhydrid, an dem bei den früheren Arbeiten (l. c.) die ersten Versuche durchgeführt worden sind, erwies sich auch für die vorliegende Untersuchung als das geeignetste Molekül. In der Hohlkathode ist sein Spektrum sehr intensiv, dessen hellste Bande, die $(0-0)$-Bande des $^1\Pi - {}^1\Sigma$-Systems λ 4241, für die Messungen herangezogen worden ist. Die Aufnahmen wurden ausschließlich mit der mit flüssiger Luft gekühlten Schülerschen Hohlkathodenentladungsröhre[2]) gemacht mit Hohlkathoden aus reinem, im Vakuum geschmolzenem Aluminium. Dabei wurden der Entladung geringe Wasserstoffmengen, etwa 1 Proz. des Edelgasdruckes in der Apparatur, zugesetzt. Die große Intensität der Bande erlaubte es, mit der ersten Ordnung eines großen Konkavgitters (641 cm Radius) zu operieren, bei dem die Belichtungszeiten zwischen 45 Sekunden im günstigsten und 5 Stunden im ungünstigsten Falle schwankten. Die Aufnahmen sind mit dem lichtelektrischen Registrierphotometer von Zeiss durchphotometriert worden, wobei wegen der großen photometrierbaren Linienlänge die Kornschwankungen außerordentlich herabgedrückt worden sind. Die Intensitätsstufen für die Schwärzungskurven sind mit dem Hansenschen Stufenblendenkondensor von Zeiss unter Verwendung eines Farbfilters hergestellt worden. Eine Aufnahme der Bande nebst Photogramm zeigt Fig. 1.

Die beiden Temperaturen, deren Spanne bei der Umbesetzung der Rotationszustände durch die Zusammenstöße der Moleküle mit den Gasatomen überbrückt werden muß, sind die Zerstäubungs-Verdampfungstemperatur, bei der die Moleküle an der Oberfläche entstehen, und die Gastemperatur, bei der die Moleküle leuchten, nachdem sie eine vom Druck des Edelgases abhängige mittlere Stoßzahl erlitten haben. Diese Entstehungstemperatur der Moleküle hat eine von den verwandten Stromstärken und Trägergasen unabhängige Größe; sie läßt sich ermitteln:

1. aus der Rotationstemperatur der Bande bei allerniedrigsten Drucken — unter diesen Umständen erhält man auch eine Verteilung, die der Boltzmann-Statistik am nächsten kommt — und
2. aus dem Intensitätsverhältnis der $(0-0)$-Bande und der $(1-1)$-Bande λ 4354 unter Benutzung der Größe des ersten Schwingungsquants in diesem Bandensystem.

Die beiden Methoden liefern übereinstimmend in allen Fällen die gleiche Temperatur, die nur von der Wahl des Kathodenmetalls abhängt. Bei Aluminium beträgt diese Temperatur 1800° abs. Die Gastemperatur wird von drei Faktoren bestimmt: von der Stromstärke der Entladung, von der Art der Kühlung und von der Natur des Trägergases. Die Wirkung der beiden ersten Faktoren ist sinngemäß; von den Edelgasen lieferten bei gleicher Stromstärke und Kühlung Helium die tieferen, Argon und Krypton die höheren Temperaturen. Der Unterschied zwischen den beiden letzteren ist unbedeutend. Die durch die Wahl von Stromstärke und Edelgas regulierbare Endtemperatur bietet eine doppelte Mannigfaltigkeit der Experimente, welche leicht übersehbare Ergebnisse liefert. Bei der Durchführung der Experimente sind die einzelnen

1) W. Harries, Zeitschr. f. Phys. **42**, 26, 1927.
2) H. Schüler und H. Gollnow, Zeitschr. f. Phys. **93**, 611, 1935; H. Schüler und Th. Schmidt, Zeitschr. f. Phys. **96**, 485, 1935.

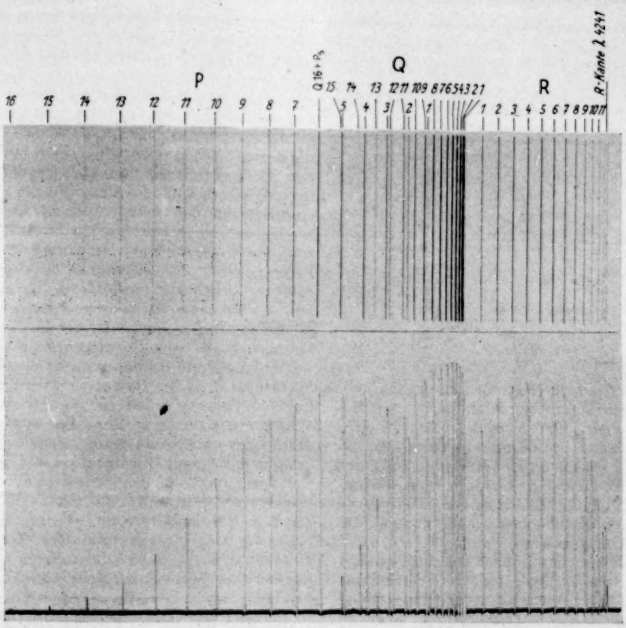


Fig. 1. *AlH*-Bande (*O*–*O*) des $^1\Pi$-$^1\Sigma$-Systems λ 4241, *P*-, *Q*- und *R*-Zweig nebst Photogramm. Gekühlte Hohlkathodenentladung mit Helium als Trägergas; Druck 0,42 mm, 200 mA. Großes Rowland-Gitter, 1. Ordnung. Belichtungszeit $2^1/_2$ Minuten.

Parameter so miteinander kombiniert worden, daß man die mit dem Druck wachsende Stoßwirkung der beiden Edelgase Argon und Helium bei der Überbrückung je zweier Temperaturdifferenzen studieren konnte. Dabei waren die Stromstärken so gewählt worden, daß die größere Stromstärke bei Helium und die kleinere bei Argon die gleiche Gastemperatur ergaben. Zu diesem Zweck waren zunächst vier Reihen von Aufnahmen erforderlich, bei denen unter Beibehaltung des Edelgases und der Stromstärke nur der Druck variiert wurde, und zwar innerhalb der durch die Eigenart der Hohlkathodenentladung bedingten Schranken. Unterhalb eines bestimmten Druckes (*He* 0,2 mm, *Ar* 0,03 mm, *Kr* 0,02 mm) erlischt das Leuchten im Innern der Kathode, und zwar dann, wenn die freie Weglänge der Elektronen die Größenordnung der Kathodenraumabmessungen erreicht. Oberhalb eines bestimmten Druckes (*He* 5 mm, *Ar* 3,5 mm, *Kr* 2 mm) neigt die Entladung zur Bogenbildung und zudem wird, vornehmlich bei niedrigen Stromstärken, die kathodische Zerstäubung stark herabgemindert.

Bei der Auswertung der Aufnahmen wurde so verfahren, daß zwei oder drei Aufnahmen von gleichen Bedingungen, aber von verschiedenen Belichtungszeiten ausphotometriert worden sind; die Niveaubesetzungszahlen wurden dann aus den Intensitäten der entsprechenden Linien aus den drei Zweigen der Bande bestimmt und unter Benutzung der relativen Übergangswahrscheinlichkeiten nach Hönl und London aufeinander bezogen und gemittelt. Die mittlere Fehlerschwankung betrug hierbei 2–3 Proz. Die Auswertung und graphische Darstellung der Ergebnisse in der üblichen Weise, mit J' ($J'+1$) als Abszisse (J' = Rotationsquantenzahl des oberen Zustands) und log ($Int : i$) als Ordinate (Int = Intensität der Linie, i = Übergangswahrscheinlichkeit des betreffenden Überganges) ergab in allen Fällen eine schwach gebogene Kurve,

deren Krümmung die Abweichung des betreffenden Zwischenzustandes von der Boltzmann-Verteilung verrät (s. Fig. 2). Anfang und Ende der

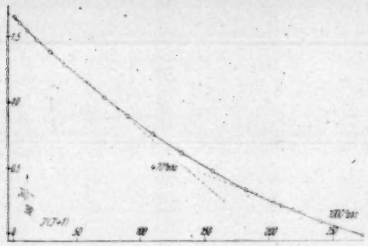
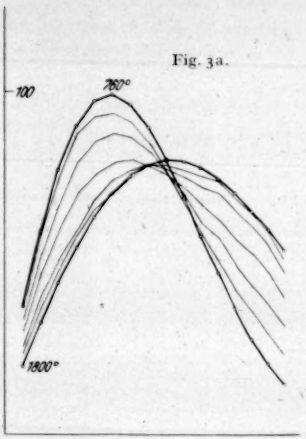


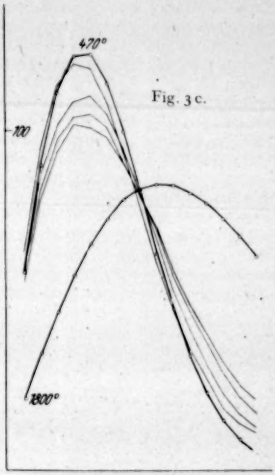
Fig. 2.

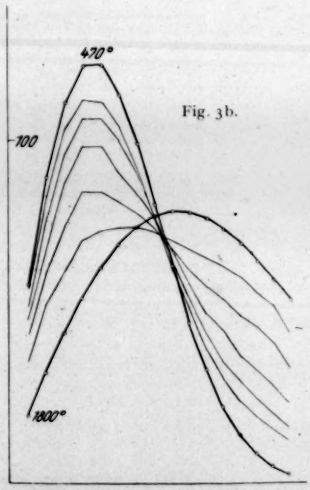
Kurve lassen sich durch gerade Linien annähern, deren Neigungen anzeigen, daß die tieferen Rotationszustände sich schneller dem Gleichgewichtszustand im Gasraum nähern als die höheren. Die beiden Geraden erzeugten die in den früheren Arbeiten (l. c.) beschriebenen charakteristischen Knicke, da dort wegen der größeren Fehlerschwankung die schwache Krümmung der Kurve verborgen geblieben war.

Zu einem klareren Bild der Vorgänge gelangt man, wenn man an Stelle der geschilderten, nur die Temperaturen kennzeichnenden Darstellung unmittelbar die Besetzungsanteile der einzelnen Rotationsniveaus für eine bestimmte konstante Molekülmenge zur Betrachtung heranzieht. Hierzu trägt man diese Besetzungsanteile als Ordinaten über den Rotationsquantenzahlen als Abszissen auf. Dann werden bei Druckerhöhung die Ordinatenänderungen unmittelbar die durch die vermehrte Stoßzahl bewirkte Umbesetzung der einzelnen Rotationszustände veranschaulichen. Bei diesem Verfahren macht man allerdings einen Fehler, der darin besteht, daß man die Schwankung der nicht in die Betrachtung einbezogenen Niveaus $J > 16$ nicht berücksichtigt. Da die Bande aber aus bekannten Gründen (l. c.) bei $J = 16$ abbricht, beträgt der Anteil der Glieder von $J > 16$ im ungünstigsten Fall 2 Proz. der Gesamtsumme, die Schwankungen entsprechend weniger. Bei den tiefen Heliumtemperaturen ist sogar das Glied $J = 16$ fortgelassen worden, da es wegen der sehr geringen Intensität (1,5 Proz. der Gesamtsumme bei der höchsten Temperatur) nicht in allen Fällen photometrisch zu fassen war. Die vier Meßreihen sind in den Fig. 3a–3d in dieser Weise aufgetragen worden. Die Summe der Ordinaten beträgt bei allen Kurven 1000, das konstante Maß der Zahl der beteiligten Moleküle. Die niedrigste und flachste Kurve versinnbildlicht hierbei den Anfangszustand bei 1800°, die höchste und steilste den Endzustand bei 760° (Fig. 3a), 470° (Fig. 3b und 3c) und bei 285° (Fig. 3d). Die dazwischenliegenden Kurven stammen von den Messungen, wobei im allgemeinen innerhalb einer Figur die Drucke mit einem bestimmten konstanten Faktor zunehmen; die dazugehörigen Stoßzahlen wachsen also nach den Stoßgesetzen mit dem Quadrat dieses Faktors. In Tabelle I sind die Meßwerte der Zwischenzustände mit den dazugehörigen Drucken und Stoßzahlen angegeben. Die die Stoßwirkung anzeigende Änderung einer Niveaubelegung in den Figuren setzt sich zusammen aus einer Vermehrung durch Hineinwandern von Molekülen aus den anderen Niveaus und aus einer Verminderung durch Abwanderung in die anderen Niveaus. Links vom Schnittpunkt der Kurven von Anfangs- und Endtemperatur überwiegt die Vermehrung, rechts davon die Verminderung; im Schnittpunkt selbst ist die Summe beider Wirkungen null. Diese Vorgänge sind ein Ausdruck des die Abkühlung kennzeichnenden Energieüberganges von Rotation in Translation. Die Besetzungszahl des Schnittpunktes beider Kurven ist eine während der Versuchsreihe konstant bleibende Größe, da sie sich beim Übergang von der einen zur anderen Temperatur nicht zu ändern braucht; tatsächlich laufen die Kurven aller Zwischenzustände auch angenähert durch diesen Punkt und lassen damit den Schluß zu, daß sich die Gastemperatur bei Druckänderung in der Röhre nur unerheblich ändert. Dies ist eine – wie sich zeigen wird – für die Schlußfolgerung aus den Kurven wesentliche Voraussetzung.

Ein Vergleich von Kurven vom gleichen Edelgas und von gleichen Stoßzahlen, aber verschiedenen Gastemperaturen lehrt, daß bei niedrigen Gastemperaturen die Umbesetzung schon weiter vorgeschritten ist als bei hohen. Diese Erscheinung ist ein Analogon zu dem makroskopischen Newtonschen Abkühlungsgesetz, bei dem die hohe Temperatur exponentiell abklingt. Der Effekt hat seinen Grund hier darin, daß bei niedrigeren Temperaturen die Stoßwirkung im gleichen Maße steigt wie der Zuwachs der energieärmeren, also energieaufnahmefähigen Gasatome; denn die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich ein für die Energieabgabe günstiger Stoß ereignet, ist größer geworden. Diese Erscheinung der größeren Stoßwirkung bei größerer Temperaturdifferenz zwischen Anfang und Ende erklärt zwei schon früher (l. c.) gemachte Beobachtungen: erstens die größere Stoßausbeute des Heliums gegenüber Argon bei gleichen experimentellen Bedingungen in der Röhre, also bei gleichem Druck und gleicher Stromstärke. Dabei







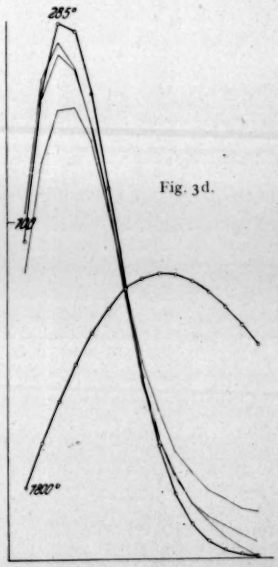


Fig. 3. Besetzungsanteile von je 1000 Molekülen für die verschiedenen Rotationszustände bei variablem Druck. 3a: Argon 200 mA (Tab. 1a), 3b: Argon 50 mA (Tab. 1b), 3c: Helium 200 mA (Tab. 1c), 3d: Helium 50 mA (Tab. 1d).

liefert aber Helium die wesentlich niedrigere Gastemperatur und daher auch die größere Stoßwirkung. Ferner erklärt sich die Tatsache, weshalb man mit Argon bei niedrigstem Druck und hohen Stromstärken die der ursprünglichen Anfangstemperatur von 1800° entsprechende Rotationsverteilung am besten erhält. Unter diesen Umständen nämlich hat man wegen der geringen Temperaturdifferenz und des extrem niedrigen, bei Argon realisierbaren, Druckes diejenige Kombination der Parameter, welche die geringste Stoßwirkung ergibt.

Die Tatsache, daß die niedrigen Rotationszustände im Gegensatz zu den hohen schon bei geringeren Drucken in ihrer Aufeinanderfolge die Gastemperatur anzeigen (vgl. Fig. 2), geht ebenfalls aus dem charakteristischen Umbesetzungsvorgang hervor. Obwohl nämlich bei den nied-

Besetzungsanteile von je 1000 Molekülen für die verschiedenen Rotationszustände bei variablen Bedingungen. T = Gastemperatur, S = mittlere Stoßzahl während der Aufenthaltsdauer der Moleküle im Gasraum, p = Druck des Trägergases in mm Hg.

Tabelle Ia

Argon; 200 mA

I \ (T) S / p	1800°	1 0,035	7 0,09	40 0,22	240 0,55	1750 1,47	760°
1	19,9	23,1	25,5	29,7	33,3	37,2	37,4
2	32,5	36,5	40,6	47,2	52,2	57,8	59,3
3	44,2	47,3	50,9	60,0	66,6	73,7	77,1
4	54,4	57,6	59,5	70,6	79,2	87,2	89,8
5	63,2	65,4	68,5	76,1	85,2	92,3	97,1
6	70,1	69,8	74,3	79,5	87,5	93,4	99,0
7	75,3	74,5	77,0	80,2	86,3	90,8	96,1
8	78,5	78,3	79,0	79,3	82,4	84,8	89,6
9	79,9	78,4	77,7	76,0	76,2	76,5	80,3
10	79,7	76,9	74,9	72,0	69,7	67,1	69,2
11	77,8	75,1	72,4	67,5	61,7	58,7	57,8
12	74,7	73,7	70,6	62,8	57,3	50,1	47,9
13	70,5	68,9	65,7	57,5	49,6	42,3	36,9
14	65,4	64,5	61,0	53,2	43,2	35,7	27,9
15	59,9	59,2	55,1	47,7	37,8	29,2	20,7
16	54,0	50,8	47,3	40,7	31,7	23,0	14,9
Σ	1000,0	1000,0	1000,0	1000,0	999,9	999,8	1000,1

Tabelle Ib

Argon; 50 mA

I \ (T) S / p	1800°	3 0,038	18 0,093	110 0,23	640 0,55	3600 1,30	470°
1	19,9	35,4	43,1	47,9	51,8	56,7	58,2
2	32,5	52,1	61,2	68,0	77,0	84,2	89,7
3	44,2	61,4	75,3	88,2	96,1	103,6	111,5
4	54,4	71,1	85,3	98,6	106,7	112,2	122,2
5	63,2	74,0	85,3	98,6	106,8	111,6	122,4
6	70,1	74,9	82,5	91,1	100,7	104,7	113,9
7	75,3	75,1	79,1	84,7	91,0	92,6	99,8
8	78,5	73,9	74,8	77,9	78,4	77,8	82,0
9	79,9	71,2	68,5	67,1	65,4	62,8	64,9
10	79,7	68,7	62,8	58,5	54,3	50,3	47,5
11	77,8	66,2	57,6	50,0	44,1	39,6	33,7
12	74,7	63,8	54,3	45,2	35,9	31,2	22,8
13	70,5	60,4	49,2	37,4	30,0	24,2	14,7
14	65,4	55,8	46,0	33,3	25,0	19,8	9,1
15	59,9	52,2	41,4	30,0	20,5	16,1	5,3
16	54,0	43,8	33,7	23,3	16,3	12,6	3,0
Σ	1000,0	1000,0	1000,1	999,8	1000,0	1000,0	999,8

Tabelle Ic
Helium; 200 mA

I	(T) S / p	1800°	155 / 0,21	620 / 0,42	2500 / 0,84	78000 / 4,70	470°
1		21,0	55,2	58,2	59,0	64,1	58,4
2		34,4	79,5	82,5	86,9	94,3	90,0
3		46,7	93,8	97,3	105,7	113,1	111,9
4		57,5	101,8	104,4	108,7	119,3	122,6
5		66,8	101,0	105,1	110,7	118,1	122,8
6		74,1	98,8	101,3	105,4	108,5	114,3
7		80,0	90,6	91,8	94,9	94,1	100,1
8		83,0	81,4	80,9	82,7	76,5	82,3
9		84,5	72,0	70,9	69,0	61,1	64,2
10		84,2	59,0	57,1	53,1	46,9	47,7
11		82,2	49,0	46,7	41,5	35,5	33,8
12		78,9	40,3	37,5	30,9	26,6	22,9
13		74,5	31,9	28,4	22,3	18,0	14,7
14		69,1	25,0	21,3	16,4	13,4	9,1
15		63,3	20,5	16,4	12,5	10,5	5,3
Σ		1000,2	999,8	999,8	999,7	1000,0	1000,1

Tabelle Id
Helium; 50 mA

I	(T) S / p	1800°	390 / 0,20	6700 / 0,83	25000 / 1,60	285°
1		21,0	84,7	96,1	102,5	94,1
2		34,4	117,4	136,6	141,8	137,7
3		46,7	132,9	149,3	152,9	158,5
4		57,5	133,8	144,6	145,5	156,4
5		66,8	123,4	127,8	127,5	137,7
6		74,1	103,1	104,7	104,4	109,9
7		80,0	79,7	77,6	74,9	80,4
8		83,0	58,5	53,4	52,6	53,9
9		84,5	44,0	35,7	35,6	33,5
10		84,2	31,6	24,4	24,7	19,1
11		82,2	25,3	16,2	16,7	10,1
12		78,9	20,1	12,4	11,2	5,0
13		74,5	17,4	9,6	6,5	2,3
14		69,1	14,5	7,1	3,3	1,0
15		63,3	13,5	4,6	0,0	0,3
Σ		1000,2	999,9	1000,1	1000,1	999,6

rigen und bei den hohen Rotationen ähnlich große absolute Molekülmengen auf- bzw. abgeschichtet werden, sind die prozentualen Unterschiede bei den hohen Zuständen erheblich größer; dieser Umstand bewirkt die größere Trägheit der hohen Rotationen bei der Temperaturangabe. Zu dessen Kennzeichnung sei z. B. vom 3. und vom 14. Niveau der Faktor angegeben, der die erforderliche Umbesetzung der beiden Niveaus für den Übergang von der Anfangstemperatur zu der Endtemperatur angibt. Beim Übergang von 1800° auf 760° ist für das 3. Niveau eine 1,75fache, für das 14. Niveau eine 2,26fache Umbesetzung erforderlich. Für 1800° auf 470° sind die Faktoren 2,5 und 6,5, für 1800° auf 285° gar 3,4 und 69,1! Der erforderliche prozentuale Umbau ist also bei den hohen Rotationszuständen größer als bei den niedrigen, und der Unterschied wächst zugleich stark mit steigender Temperaturdifferenz. Dies erklärt die Erscheinung, daß zwischen den beiden Boltzmanngeraden bei der logarithmischen Darstellung (Fig. 2 und l. c.) überhaupt Knicke entstehen, wo sie liegen, und daß sie sich bei tieferen Gastemperaturen stärker ausprägen.

Ein besonders anschaulicher Fall der Stoßwirkung liegt dann vor, wenn man bei gleichem Druck durch geeignete Wahl der Stromstärke die Gastemperatur so regelt, daß sie bei den verschiedenen Gasen denselben Wert annimmt. Dann hat man nämlich wegen der Temperatur- und Druckgleichheit auch dieselbe Konzentration der Edelgase im Entladungsraum, und man beobachtet also die Wirkung gleich vieler, energetisch gleichwertiger Stöße; bei dieser Versuchsanordnung müßten sich demnach spezifische Eigenschaften der Gase beim Energieaustausch zwischen Translation und Rotation durch Stöße offenbaren. Zur Verallgemeinerung der Folgerung, die man aus diesem Vergleich ziehen muß, wurde auch Krypton als Trägergas und Stoßpartner mit herangezogen. Helium und Argon ergeben, wie oben erwähnt, bei 200 mA (*He*) und 50 mA (*Ar*) dieselbe Gastemperatur von 470° abs. Bei Krypton lieferte die Stromstärke von ebenfalls 50 mA die für den Vergleich erforderlichen 470°. Die Drucke waren für *He* 0,21 mm, für *Ar* 0,23 mm, für *Kr* 0,23 mm. Obwohl die Wirkungsquerschnitte von *He*, *Ar* und *Kr* sich wie 19, 28 und 32 verhalten, ergibt sich unter den in der Hohlkathode verwirklichten Umständen eine fast gleichgroße freie Weglänge von *AlH* in den drei Gasen bei gleichem Druck und damit auch fast gleiche Stoßzahlen. Für die freie Weglänge eines Moleküls F hinsichtlich Zusammenstößen mit den Gasatomen G gilt:

$$\lambda_{FG} = \frac{1}{\pi \cdot R_{FG}^2 \cdot n_G \cdot \sqrt{1 + \frac{T_G \cdot m_F}{T_F \cdot m_G}}} \qquad (1)$$

Hierbei bedeutet λ_{FG} die freie Weglänge des fremden Moleküls bis zu einem Zusammenstoß mit einem Gasatom, R_{FG}^2 das Quadrat der Radiensumme von Molekül und Gasatom, n_G die Konzentration des Edelgases, T_G die Gastemperatur, T_F die mittlere Temperatur der *AlH*-Moleküle im Entladungsraum (1200°) und m_G und m_F die entsprechenden Atom- bzw. Molekülgewichte. Stöße von *AlH*-Molekülen untereinander sind selten und bewirken zudem keine Änderung der Rotationsverteilung. Das Ergebnis des Vergleichs der drei Gase kennzeichnet Fig. 4. Die Kurven fallen nicht ganz zusammen, aber

für diese Abweichungen sind die Unterschiede der Stoßzahlen, die sich bei den vorgegebenen Drucken aus Gleichung (1) errechneten, verantwortlich zu machen. Wenn man in Betracht zieht, daß sich die Kurven in ihrer Abweichung im Sinne der Stoßzahlunterschiede anordnen – *Ar* kleinste Stoßzahl: geringste Stoßwirkung, *He* größte Stoßzahl: größte Stoßwirkung, *Kr* liegt dazwischen –, ergibt sich bei allen drei Gasen die gleiche Stoßwirkung.

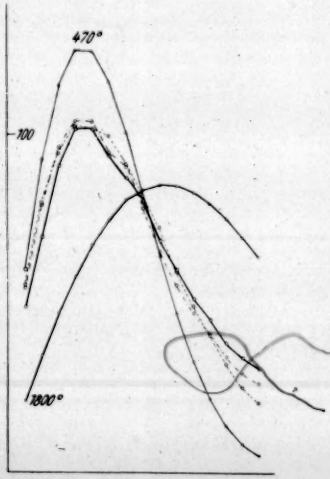


Fig. 4.
Stoßwirkung von Helium (– – –), Argon (——) und Krypton (–o–o–) bei gleicher Gastemperatur und gleichem Druck. Stoßzahlen für Helium = 155, Argon = 110 und Krypton = 135.

Es muß aus diesen Beobachtungen am *AlH* der Schluß gezogen werden, daß beim Energieaustausch zwischen Translation und Rotation die Stoßwirkung nur von den Energiebeträgen der stoßenden Teilchen bestimmt wird, unabhängig von den jeweiligen Werten von Impuls, Masse und Relativgeschwindigkeit der beteiligten Partikelchen. Spezifische Eigenschaften der drei Edelgase Helium, Argon und Krypton als Stoßpartner von *AlH* haben sich demnach nicht feststellen lassen, während andere Autoren[1]) bei der Stoßanregung intramolekularer Schwingung unter bestimmten Umständen spezifische Wirkungen verschiedener Gase als charakteristisches Merkmal hervorheben.

Die geschilderten Gesetzmäßigkeiten der beobachteten Niveauumbesetzung fordern zu einer theoretischen Formulierung heraus. Dennoch reichen die angestellten Untersuchungen und die bisher in der Literatur beschriebenen Ergebnisse anderer Experimente dazu nicht aus. Die Anzahl der Stöße, die Energien und Impulse, mit denen sie erfolgen, sowie die Summe aller Wirkungen, nämlich die Umbesetzung, lassen sich wohl angeben; aber die Änderung eines Besetzungsanteils durch Stöße wird zugleich von zwei Faktoren bestimmt, deren Wirkung sich nicht trennen läßt: erstens von der Gesetzmäßigkeit, nach der ein wirksamer Stoß von einer bestimmten Relativenergie einen mehr oder minder weitreichenden Quantensprung veranlaßt, und ferner durch den Ausbeutefaktor, einen echten Bruch, der den Prozentsatz der wirksamen Stöße mißt, der also alle Stoßarten, zentrale und periphere und die seltenen schwingungsanregenden Stöße in Richtung der Kernverbindungsachse mittelt. Der Versuch einer mathematischen Formulierung erscheint daher müßig bis zu dem Zeitpunkt, da weitere Experimente oder theoretische Erwägungen die Kenntnisse über den einen oder den anderen Faktor mehr präzisiert haben.

C. Die Aufstellung des zu den Aufnahmen benutzten Gitters

Das Gitter, mit dem die Aufnahmen der Bandenspektren gemacht worden sind, ist im Laufe des letzten Jahres im hiesigen Institut aufgestellt worden. Es handelt sich um ein Rowlandsches Konkavgitter vom größten Typus mit 110000 Furchen, einem Radius von 641 cm und einer Gitterkonstante von 12700 Å. Nach eigenen Angaben Rowlands ist es das zweitbeste, das er hergestellt hat. Rowland hatte das Gitter 1890 zu einer Ausstellung nach Berlin geschickt und es Kayser angeboten, der sich an Helmholtz wandte, um die Preußische Akademie der Wissenschaften zu veranlassen, es zu erwerben. Das Gitter war bis 1920 im Besitz Kaysers, der es dann später der Akademie zurückgab. Die Akademie hat es dann vor 3 Jahren dem Max-Planck-Institut in Berlin-Dahlem zur Verfügung gestellt. Für die Gitteraufstellung ist ein eigener, vom übrigen Institut getrennter Raum vorhanden, der eine für die gedachten Zwecke besonders wirksame Thermoisolation aufweist[1]). Auf Vorschlag von Herrn Prof. Debye wurde für die Aufstellung die

1) A. Eucken und L. Küchler, Physik. Zeitschr. **39**, 831, 1938.

1) P. Debye, Naturwiss. **25**, 257, 1937.

Methode von Eagle[1]) gewählt, die bekanntlich als einzige bei feststehendem Spalt beide Seiten des Gitters bei gleichgroßer Dispersion symmetrisch zu verwenden gestattet. Auf die Bedingung des feststehenden Spaltes wird man heute bei den meist mit umfangreichem Zubehör ausgestatteten Lichtquellen kaum mehr verzichten können, und auch nur dann kann man sich den großen Vorteil zunutze machen, Lichtquelle und Gitter in zwei getrennten Räumen unterzubringen, die nur durch ein kleines Wandfenster verbunden sind. Die symmetrische Brauchbarkeit der beiden Gitterseiten kommt sehr zustatten, wenn man bedenkt, daß die Helligkeitsverteilung auf die verschiedenen Ordnungen der beiden Gitterseiten zu schwanken pflegt und sich besonders nach einer Reinigung stark ändern kann.

Da bei einer Eagle-Aufstellung das Gitter für die Justierung auf die verschiedenen Ordnungen — neben einer Schwenkbarkeit um die drei Achsen des Raumes — möglichst weit in Richtung auf den Spalt verschiebbar sein muß, war eine große Erschütterungsempfindlichkeit zu erwarten, die durch eine Überdimensionierung der Gewichte des Unterbaues und der Fassung für das Gitter wirksam bekämpft wurde. Fig. 5 zeigt einen Grundriß und einen Aufriß der An-

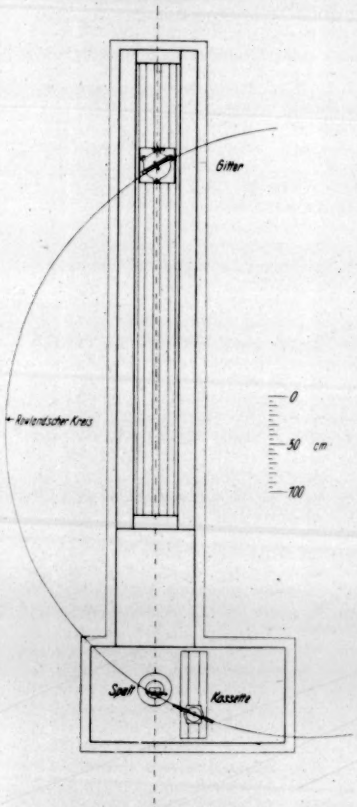


Fig. 5a.

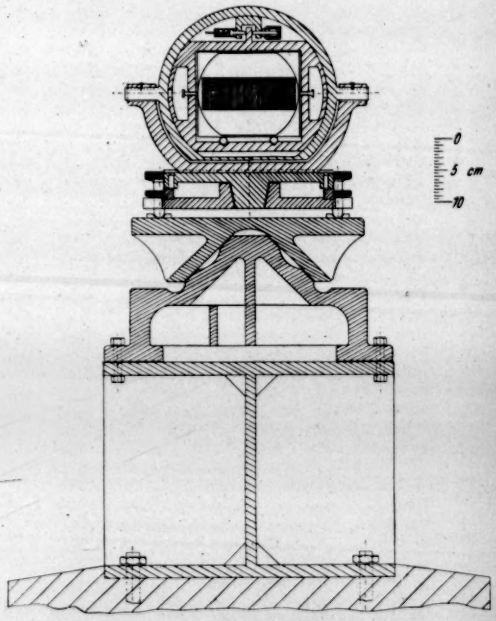


Fig. 5b.

Fig. 5a und 5b. Konkavgitteraufstellung im Max-Planck-Institut, Berlin-Dahlem, nach der Methode von Eagle. a) Grundriß, b) Aufriß.

[1]) A. Eagle, Astrophys. Journ. **31**, 120, 1610.

lage. Das einheitliche Fundament aus Eisenbeton, das über einer durchgehenden Korkplatte auf gewachsenem Boden ruht, gliedert sich in den 7 m langen Unterbau für die Gitterschiene und in den 2 × 1 m großen Spalt-Kassettensockel; es können daher nur Schwingungen innerhalb des Fundamentbetons die Linienschärfe beeinträchtigen. Auf dem Gitterschienensockel ruht zunächst ein 5 m langer, an fünf Stellen versteifter I-Träger von 450 mm Flanschbreite, der mit Steinschrauben befestigt und mit Beton untergossen ist. Der I-Träger trägt die 4,50 m lange Gitterschiene aus Gußstahl, eine steife Brückenkonstruktion mit senkrechtem Steg und 9facher Verrippung. Beide Teile wiegen etwa je 1 Tonne. Die Gitterschiene besteht oben aus einem abgestumpften 90°-Prisma mit vier bearbeiteten Gleitflächen von 28 mm Breite für den Schlitten. Diese Gleitflächen sind gehobelt, geschlichtet und hinterher nach der Aufstellung an Ort und Stelle zusammen mit dem dazugehörigen Schlitten aufgeschabt worden. Nach der Bearbeitung der Gleitflächen zeigte eine Rahmenwasserwaage mit einer Genauigkeit von 1″ pro Strich längs der Schiene keinen Ausschlag[1]). Auf der Schlittenplattform, die eine Größe von 360 × 360 mm aufweist, steht die Gitterfassung. In ihr ruht das Gitter im Innern eines Drehkörpers, der in einem Ringlager sitzt und sich um die zur Gitterschiene parallele Achse schwenken läßt. Das Gitter selbst ist auf zwei Stahlkugeln in bestimmter Anordnung gelagert, um eine Verzerrung des Gitterkörpers durch sein Eigengewicht zu vermeiden, was für die Linienschärfe verhängnisvoll wäre. Diese Art der Lagerung hat sich bei einer Littrowschen Plangitteraufstellung im Institut für Sonnenphysik des Potsdamer Observatoriums als zweckmäßig erwiesen. Das Gitter ist allseitig zwischen 6 kleinen Stellschrauben und 4 weiteren kleinen Stahlkugeln als Widerlager unbeweglich, aber ohne Druck eingefaßt. In der Fassung läßt sich das Gitter mit Mikrometerschrauben um drei zueinander senkrechte, durch den Gittermittelpunkt laufende Achsen bewegen; um die Vertikalachse mit einem Ausschlag von 90° nach jeder Seite und um die beiden waagerechten Achsen mit geringer Amplitude. Die Drehung um die Vertikalachse bewirkt die Veränderung des auf die Kassette fallenden Ausschnitts des Spektrums; die erforderlichen Schwenkungen lassen sich mittels einer Feinbewegung auf einem Teilkreis auf drei Bogenminuten genau einstellen. Die Drehung um die zur Schiene senkrechte Achse dient zur Einjustierung des Spektrums auf die Kassettenmittellinie und die dritte Drehung zur Parallelstellung der Furchen mit dem Spalt. Die Lagerung für die Schwenkung um die Vertikalachse ist als starker Konus ausgebildet, der in die Lagerbuchse eingeschliffen ist. Die Verschiebungsfreiheit des Gitters von 4,50 m Länge bietet die Möglichkeit, es von $n \cdot \lambda = 0$ bis $n \cdot \lambda = 24000$ auszunutzen. Spalt und Kassette stehen auf einer 1 × 2 m großen Eisenplatte, die den oberen Abschluß des Spalt-Kassettensockels bildet. Der Spalt ist 50 mm lang und auf 0,01 mm einzustellen (0,001 mm zu schätzen). Die Spaltbacken bestehen aus V 2a-Stahl. Der ganze Spalt läßt sich in die Höhe der optischen Achse einjustieren. Die Kassette wurde abweichend von dem ursprünglichen Vorschlag Eagles seitlich von der optischen Achse angeordnet, damit man nicht bei der visuellen Beobachtung das auf den Spalt fallende Licht abblendet; eine rechtwinklige Spiegelung des Strahls vor der Kassette ließ sich aus räumlichen Gründen nicht vornehmen, da dann die Längsachse der Aufstellung längs der kurzen Seite des Gitterraumes zu liegen gekommen wäre. Diese seitliche Anordnung erfordert jedoch eine geringe Verschiebbarkeit auch der Kassette, was aber für die genaue Einfokussierung nur dienlich ist, da man nun nicht mit dem ganzen Schlitten, auf dem das Gitter steht, die letzten Fokalkorrekturen vornehmen muß. Das Kassettenformat beträgt 8 × 36 cm. Da die Höhe eines Segmentes des Rowlandschen Kreises von dieser Länge über 5 mm beträgt, gelangen Spezialplatten, die im Handel mit „extradünn" bezeichnet werden, zur Verwendung, die sich bequem in die erforderliche Krümmung hineinbiegen lassen. Der Bau von Gitterfassung und Kassette wurde von Mechaniker Hornung in der Werkstatt des hiesigen Instituts in vorbildlicher Weise ausgeführt; der ebenfalls vorzügliche Spalt stammt aus der Hand von Mechanikermeister Herrmann vom Astrophysikalischen Observatorium in Potsdam.

Die Justierung einer gewünschten Spektralgegend gestaltet sich sehr einfach, weil man wegen der genauen Kenntnis der Abmessungen der Anlage die erforderlichen Einstellungen von Gitter und Kassette errechnen kann. Die Werte der Rechnung weichen im allgemeinen nur um minimale Beträge von der genauen Fokussierung ab, die sich mit wenigen Justieraufnahmen ohne Mühe erreichen läßt; hierzu eignet sich die lichtstarke gekühlte Schüler-Hohlkathodenröhre, die bekanntlich sehr scharfe Linien liefert, ganz besonders. Eine einmal erzielte Justierung läßt sich nach einer dazwischen etwa erfolgten Verschiebung in eine andere Spektralgegend ohne Mühe im vollen Umfang

1) Guß und Bearbeitung der Schiene und des Schlittens sind von der Firma Carl Schoening, Eisengießerei G. m. b. H., Berlin-Reinickendorf, vorbildlich ausgeführt worden.

wieder reproduzieren. Die Erschütterungsfreiheit ist vorzüglich; Aufnahmen von wenigen Minuten und vielen Stunden unterscheiden sich nicht hinsichtlich der Linienschärfe. Fokuswanderung infolge von etwaigen Temperaturschwankungen sind bisher nicht beobachtet worden, zumal man den Gitterraum nur selten betreten muß, da die Lichtquellen in einem benachbarten Raum untergebracht sind. Von da aus wird auch der Spalt durch ein kleines Quarzfenster in der Wand beleuchtet, und zwar unter Verwendung eines großen Hohlspiegels von langer Brennweite, dessen Öffnungsverhältnis dem des Gitters ungefähr angepaßt ist. Vor dem Spalt steht eine Zylinderlinse aus Quarz, um das Abbild der Lichtquelle der Spaltform möglichst anzugleichen. Diese Anordnung hat sich als sehr lichtstark erwiesen.

Vor dem Einbau in die Aufstellung ist das Gitter von Herrn Dr. E. Hochheim, Ludwigshafen-Oppau, mit großem Erfolg gereinigt worden, wodurch das Reflexionsvermögen besonders im Ultravioletten außerordentlich gesteigert worden ist.

Es ist beabsichtigt, noch ein zweites, im Institut befindliches Rowland-Gitter mit halb so großem Radius (44000 Furchen) auf einem zweiten Schlitten vor dem großen Gitter aufzustellen; das kleine Gitter wird bei Gebrauch des großen seitlich aus dem Strahlengang herausgefahren. Die Länge der Schiene ist dabei ausreichend, um auch das kleine Gitter bis $n \cdot \lambda = 22000$ ausnutzen zu können. Dies ist ein weiterer Vorzug der Eagle-Aufstellung, daß man für zwei Gitter von verschiedenem Radius nicht nur den gleichen Gitterraum, sondern sogar die gleiche Anlage verwenden kann.

Ich danke Herrn Prof. H. Schüler herzlich für sein stetes und förderndes Interesse, welches er der Durchführung dieser Arbeit entgegengebracht hat; auch für die großzügige Überlassung apparativer Hilfsmittel sowie für die fast zweijährige Gelegenheit, an seinen bandenspektroskopischen Untersuchungen teilzunehmen, fühle ich mich ihm zu großem Dank verpflichtet.

Herrn Prof. Debye danke ich für wertvolle Diskussionen über die Gitteraufstellung.

Herrn Dr. E. Hochheim, Ludwigshafen-Oppau, bin ich für die große Mühe, die er auf die Reinigung des Gitters verwendet hat, dankbar.

Berlin-Dahlem, Max-Planck-Institut, den 4. Juli 1939.

(Eingegangen 8. Juli 1939)

Die Ausbiegung schlanker, gerader Stäbe bei Beanspruchung auf Knickung und ihre meßtechnische Verwendung für statische Elastizitätsmoduluntersuchungen[1])

Von O. Meißer

Während man beim Gebrauch von mechanischen Federkräften in der Physik meistens mit relativen Genauigkeiten von 1 Promille schon recht zufrieden ist, benötigen die experimentellen Anforderungen der Geophysik sowohl bei statischen wie auch bei dynamischen Beanspruchungen in Zeitmessern für die Konstanz der elastischen Eigenschaften eine Genauigkeit von 10^{-6} und noch mehr.

Ein solch weites Verwendungsgebiet stellen die Seismometer für vertikale Bodenbewegung dar[2]). Da die Seismometer grundsätzlich langperiodische Pendel darstellen, deren Schwingungsdauer im Verhältnis zu der der Bodenbewegung so groß ist, daß infolge der Pendelmassenträgheit ein relativer „Festpunkt" geschaffen wird, um die Bodenverrückungen messen zu können, so muß man bei allen Seismometern versuchen, mit kleinen Abmessungen lange Schwingungsdauern zu erzielen.

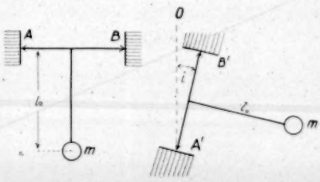


Fig. 1a. Einfaches Pendel. Fig. 1b. Horizontalpendel.

Bekanntlich kann man ein vertikal herabhängendes Pendel (s. Fig. 1a) mit der punktförmigen Masse m im Abstand l_0 von der Achse AB durch Aufrichten beliebig in der Schwingungsdauer T_H steigern (s. Fig. 1b). Für die Winkelabweichung $i = O\hat{A}'B'$ von der Vertikalen OA' erhält man üblicherweise mit der Schwere g

$$T_{i,H} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g \sin i}} \,. \qquad (1)$$

So lassen sich über Gleichung (1) durch Veränderung von i Werte T_i bis über 2 min erreichen.

1) Vortrag von der Tagung des Gauvereins Thüringen-Sachsen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 17. und 18. Juni 1939 zu Halle.

2) O. Meißer, Beiträge zur Konstruktion eines Vertikalseismometers. Zeitschr. f. Geophys. **13**, 251—269, 1937.

Eine ähnlich einfache Anordnung liegt für ein Vertikalseismometer vor. Grundsätzlich befindet sich eine Masse m (s. Fig. 2) an einer Spiralfeder

Fig. 2. Vertikalseismometer.

von der ausgezogenen Länge L und der Federkonstante f. Beträgt die unbelastete Federlänge L_0, dann wird

$$\left.\begin{aligned} m\,g &= f(L - L_0) \\ T_v &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{f}} = 2\pi\sqrt{\frac{L - L_0}{g}}\,. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Wird die Spiralfeder mit einer Vorspannung derart gewickelt, daß eine Längung (s. Fig. 3) erst

Fig. 3. Belastungscharakteristik einer vorgespannten Feder.

bei einer festen Last (m_0) eintritt, so kann man stets erreichen, daß die geometrische Federlänge (L) gleich der wirksamen ($L_0 = 0$) ist. Beachtet man dies ($L_0 = 0$), dann läßt sich mit der Ewingschen Anordnung (s. Fig. 4a, b) allgemein eine höhere Schwingungsdauer $T_{i,v}$ gemäß

$$T_{i,v} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g \cdot \operatorname{tg} i}} \quad (3)$$

erreichen, wenn i hier die Ergänzung des Winkel $A\hat{O}B$ (bzw. $A'\hat{O}'B'$) zu 90° bedeutet. Auch hiermit haben sich mit kleinen Abmessungen ($l_0 < {}^1/_4$ m) Schwingungsdauern bis fast 1 min Dauer erzielen lassen.

Damit ein solches Vertikalseismometer auch die nötige Nullpunktkonstanz aufweist, muß nach der folgenden Beziehung[1]) für eine Störung dg/g ein Ausschlag da

$$da = V \cdot \frac{l_0}{\operatorname{tg} i} \cdot \frac{dg}{g} \quad (4)$$

1) Siehe Anm. 2), S. 551.

am Schreibhebel bei der statischen Vergrößerung V eintreten. Die bei seismischen Stationsinstrumenten üblichen Angaben: $V = 200$fach, l_0 tg i etwa 4–36 m ergeben bereits für elastische Nachwirkungen oder Temperatureinflüsse von $10^{-6}\left(\sim \frac{dg}{g}\right)$ immerhin Nullpunktverlagerungen des Zeigers von 0,8 bis 7,2 mm. Daß sich bei stationären Instrumenten die Konstanzforderungen bis zur meßbaren Größenordnung in $\frac{dg}{g}$ von 10^{-9} bei entsprechendem Aufwand steigern lassen, zeigen die Arbeiten von Tomaschek[1]).

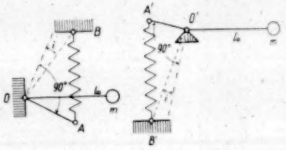


Fig. 4. Vertikalseismometer mit Ewingscher Astasierung bei einseitiger (a) und beiderseitiger (b) Massen- und Federanordnung

Wesentlich schwieriger liegen die Aufgaben bei der Verwendung einer solchen grundsätzlichen Federanordnung nach Fig. 3 und 4 über Gleichung (2) bzw. (4) zum Bestimmen der lokalen Schwereänderungen. Früher bestimmte man solche Schweredifferenzen mit invariablen Pendeln. Seitdem aber in den letzten Jahren für geologische Zwecke den gravimetrischen geophysikalischen Verfahren die dringende Aufgabe gestellt wurde, auch in kürzerer Zeit (Pendelmessungsdauer etwa 1 Tag) mit einer relativen Genauigkeit in $\frac{dg}{g}$ von einigen 10^{-7} größere Gebiete engmaschig mit transportablen „Federwaagen" zu vermessen, wurde sowohl hinsichtlich der elastischen Konstanz als auch hinsichtlich der Temperaturunempfindlichkeit von verschiedenen Seiten diese Aufgabe praktisch gelöst[2]).

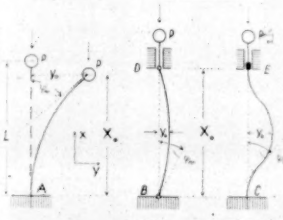
Gleich hohe elastische Anforderungen werden an das Material bei Chronometerspiralen und Stimmgabeln gestellt, besonders die Unabhängigkeit der Periode von der Temperatur hat zu den

1) R. Tomaschek und W. Schaffernicht, Hochempfindliches Bifilar- und Interferenz-Gravimeter. Ann. Phys. **15**, 799, 1932.

2) A. Graf, Ein neuer statischer Schweremesser zur Messung und Registrierung lokaler und zeitlicher Schwereänderungen. Zeitschr. f. Geophys. **14**, 152—172, 1938. St. v. Thyssen, Über die Wirkungsweise von einigen feldfähigen Federgravimetern. Zeitschr. f. Geophys. **15**, 121—129, 1939.

verschiedensten Untersuchungen Anlaß gegeben[1]).

Im folgenden soll ein auf Knicken beanspruchter Stab dazu benutzt werden, um eine empfindliche Anordnung für die statische Prüfung des Youngschen Elastizitätsmoduls E abzugeben und um für eine Federwaage die nötigen Materialunterlagen zu gewinnen. Belastet man einen bei A (s. Fig. 5a) eingespannten vertikal



a b c

Fig. 5. Knickung von Stäben, a) einseitig eingespannter Stab, b) beide Stabenden gelenkig gelagert, c) beide Stabenden fest eingespannt, bei C fest, bei E vertikal verschiebbar.

stehenden Stab zentrisch mit einer Last P, so wird er — wenn er völlig gerade ist — bis zur kritischen Last P_0 keine seitliche Ausbiegung zeigen. Überschreitet man die kritische Last, dann sollen die so erhaltenen Ausbiegungsgrößen meßtechnisch verwertet werden. Unter der Voraussetzung, daß der Querschnitt des gebogenen Stabes eben bleibt, lautet die bekannte Differentialgleichung von Navier

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = -\frac{M}{EJ} \qquad (5)$$

wobei ϱ der Krümmungsradius des Stabes für einen Punkt x, y, M das biegende Moment

$$M = -P(y_0 - y)$$

für die schwere Last P, y_0 die maximale Ausbiegung am Stabende, J das äquatoriale Trägheitsmoment des Stabquerschnittes und L stets die freie Stablänge bedeuten. Die übliche Betrachtungsweise setzt den Krümmungsradius ϱ näherungsweise $1/y''$ und erhält Lösungen, die nur für $P < P_0$ einen unausgebogenen geraden Stab als triviale Lösung ergeben.

Will man den meßtechnisch interessanten Fall $P > P_0$ benutzen, so ist die strenge Lösung mittels elliptischer Funktionen[1]) oder eines der zahlreichen Näherungsverfahren anzuwenden[2]).

Für die verschiedenen (Fig. 5a, b, c) Fälle a) einseitig eingespannter Stab, b) beide Stabenden gelenkig gelagert und c) beide Stabenden eingespannt, das eine (C) fest und das andere (E) in der Längsrichtungverschiebbar, sind gemäß der gegebenen Bezeichnungen

$$\frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{P}{P_0}} = F\left(\frac{\pi}{2}, \alpha\right) \qquad (6)$$

$$\frac{X_0}{L} \cdot \sqrt{\frac{P}{P_0}} = \frac{2}{\pi}\left\{2E\left(\frac{\pi}{2}, \alpha\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, \alpha\right)\right\}, \qquad (7)$$

wobei ist

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{y_0}{L} \sqrt{\frac{P}{P_0}} = \frac{y_0}{L} F\left(\frac{\pi}{2}, \alpha\right) \text{ für b, c} \\ \sin\alpha &= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{y_0}{L} \sqrt{\frac{P}{P_0}} = \frac{y_0}{2L} F\left(\frac{\pi}{2}, \alpha\right) \text{ für a} \end{aligned}\right| \qquad (8)$$

und die kritische Last

$$\left.\begin{aligned} P_0 &= \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{EJ}{L^2} \quad \text{für a} \\ P_0 &= \pi^2 \cdot \frac{EJ}{L^2} \quad \text{für b} \\ P_0 &= 4\pi^2 \cdot \frac{EJ}{L^2} \quad \text{für c}. \end{aligned}\right| \qquad (9)$$

Die vollständigen elliptischen Integrale sind

$$F\left(\frac{\pi}{2}, \alpha\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dq}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha \sin^2 q}}$$

und

$$E\left(\frac{\pi}{2}, \alpha\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dq \sqrt{1 - \sin^2\alpha \sin^2 q}\,.$$

Der Winkel α des Modul hat eine anschauliche Bedeutung, es ist stets

$$2\alpha = \psi_w, \qquad (10)$$

wenn ψ_w den Tangentenwinkel am Stabende (Fig. 5a, b) bzw. in den Wendepunkten (Fig. 5c) mit der Längsrichtung bedeutet.

Um einfache Beziehungen für die Größen y_0, X_0 und ψ_w als Funktion der Belastung P zu erhalten, kann man die Integrale entwickeln bzw.

---

1) Hensel, Untersuchungen über die Konstanz elektrisch erregter mechanischer Schwingungen. Diss. Leipzig 1928. R. Straumann, Über Legierungen für Federn mit kleinem Temperaturkoeffizienten des Elastizitätsmoduls. Heraeus-Vakuumschmelze Hanau, 1933, 408—423.

1) L. Saalschütz, Der belastete Stab. Leipzig 1880.

2) Th. Pöschl, Elementare Festigkeitslehre. Berlin 1936, S. 166. v. Mises, Ausbiegung eines auf Knicken beanspruchten Stabes. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. **4**, 435, 1924.

die Differentialgleichung (5) durch passend gewählte Reihendarstellung lösen. Für den Fall (Fig. 5c) c wird

$$\frac{L - X_0}{L} = 2\left[\frac{P}{P_0} - 1\right] \cdot \left\{1 - \frac{8}{9}\left[\frac{P}{P_0} - 1\right] \pm \cdots\right\} \tag{11}$$

$$\frac{y_0}{L} = \frac{2}{\pi}\sqrt{2\left[\frac{P}{P_0} - 1\right]}\left\{1 - \frac{19}{16}\left[\frac{P}{P_0} - 1\right] \pm \cdots\right\} \tag{12}$$

$$\sin\psi_w = \sqrt{2\left[\frac{P}{P_0} - 1\right]}\left\{1 - \frac{11}{16}\left[\frac{P}{P_0} - 1\right] \pm \cdots\right\}. \tag{13}$$

Die einfachen Beziehungen Gleichungen (11) bis (13) sagen bei Vernachlässigung aller Entwicklungsglieder in $\left[\frac{P}{P_0} - 1\right]$ über die Gleichung

$$\frac{L - X_0}{L} = \frac{\pi^2}{4} \cdot \left(\frac{y_0}{L}\right)^2 \tag{14}$$

aus, daß die Stabform sich fast völlig durch eine sin-Kurve annähern läßt. In Fig. 6 sind die Größen $\frac{y_0}{L}$, $\frac{L - X_0}{L}$ und der Winkel α für die einfache Grundform des Knickens als Funktion von $\frac{P}{P_0}$ logarithmisch dargestellt. Die ausgezogenen Kurven sind die strengen Lösungen (6–9), während a_1, b_1 ----- und a_2, b_2 ····· die nach Gleichungen (11–13) entsprechenden Näherungen ohne und mit linearem Entwicklungsglied in $\left[\frac{P}{P_0} - 1\right]$ sind.

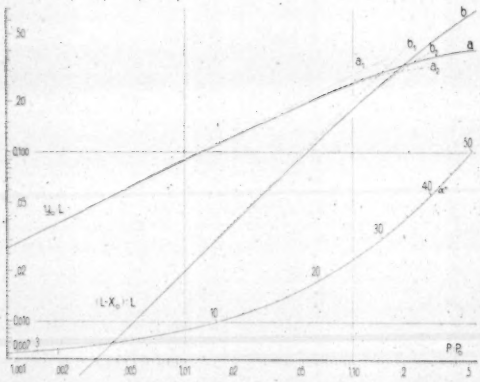


Fig. 6. Spreize (y_0), Stabendenverschiebung ($L - X_0$) und Wendepunktswinkel (2α) in Abhängigkeit von der Belastung ($P > P_0$).

Will man meßtechnisch von den Formänderungen eines oben und unten eingespannten Stabes Gebrauch machen, so muß man die Empfindlichkeit betrachten, die eine geringe Laständerung dP bedingt; es ist

$$d\psi_w = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{L}{y_0} \cdot \frac{dP}{P_0} \tag{15}$$

$$\frac{dy_0}{L} = \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{L}{y_0} \cdot \frac{dP}{P_0} \tag{16}$$

$$\frac{dX_0}{L} = -2\frac{dP}{P_0}. \tag{17}$$

Der Verlauf dieser Empfindlichkeitsgrößen für $\frac{dP}{P_0} = 10^{-6}$ ist in Fig. 7 dargestellt. Man sieht, daß für relativ kleine dP sowohl die Empfindlichkeit in der Spreize (dy_0) wie in der Winkel-

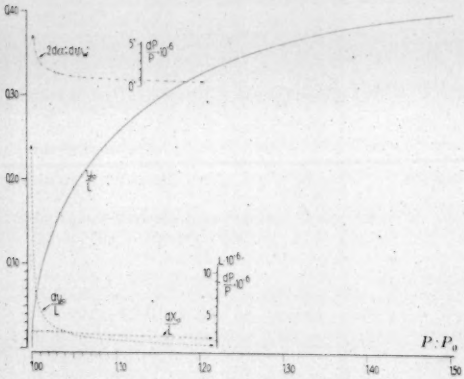


Fig. 7. Änderungen der Meßgrößen am Knickstab für eine Laständerung von $dP = 10^{-6} \cdot P$ bei verschiedenen Lasten $P > P_0$.

beobachtung ($d\psi_w$) recht günstig ist, während sich für Höhenänderungen dX_0 der Stab näherungsweise wie eine Spiralfeder von der wahren ($L_0 = 0$) Länge $2L$ verhält.

Von der Anordnung eines solchen schlanken Stabes, der auf Knickung beansprucht wird, wurde Gebrauch gemacht, um eine empfindliche Federwaage für relative Schweremessungen zu entwickeln. Zu diesem Zwecke mußte zunächst geprüft werden, wie weit sich die theoretischen Beziehungen mit technisch geraden Stäben (bzw. Bändern) experimentell realisieren lassen[1]).

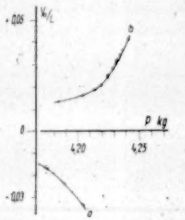


Fig. 8. Spreize y_0 eines Stabes bei verschiedenen Belastungen P.

Die Stäbe (etwa 20 × 0,6 × 500 mm) besitzen meistens eine gewisse Krümmung, die bei gegensinniger Ausbiegung den Stab bei kleinen Spreizen leicht labil macht, während bei Ausbiegung in der Krümmungsrichtung bereits vor Erreichen der kritischen Last P_0 ein merkbares Spreizen stattfindet. Gleiches Verhalten tritt bei exzentrischem Kraftangriff auf. In Fig. 8 ist die beiderseitige Ausbiegung für einen Einzelstab in (*a*) und gegen (*b*) die Krümmungsrichtung angegeben. Bei „guten" geschliffenen und gewalzten Stäben betrug die Abweichung in P für gleiches $\pm y_0$ weniger als 2—3 Proz. In Fig. 9 ist die mittlere Ausbiegung y_0 für vier Stäbe angegeben, die unten fest eingespannt und oben an einer gemeinsamen ein Gewicht tragenden Platte entsprechend starr untereinander befestigt waren. Die experimentellen Spreizen können weitgehend dem theoretischen Kurvenverlauf angenähert werden, wie Kurve *c* zeigt. Die Wirkung der Krümmung läßt sich kompensieren, wenn man

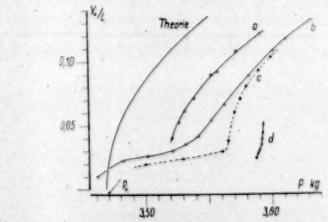


Fig. 9. Spreizen verschiedener Stäbe.

[1]) O. Meißer, Beitrag zur Theorie und Konstruktion von statischen Schweremessern. Zeitschr. f. Geophys. **11**, 221—234, 1935.

in den Wendepunkten Massenmomente im erforderlichen Wirkungssinn anbringt (Fig. 9d).

Die Ausbiegung eines solchen „Knickstabes" ist für relative Elastizitätsmoduluntersuchungen durch äußere Beeinflussungen einer Spiralfeder für schnelle Untersuchungen stark überlegen, da sich die elastische Beanspruchung auf Druck σ_D

$$\sigma_D = \frac{\pi^2}{3} \cdot E \cdot \left(\frac{h}{L}\right)^2 \qquad (18)$$

und die zusätzliche Biegebeanspruchung σ_B

$$\sigma_B = \pi^2 \cdot E \cdot \frac{y_0}{L} \cdot \frac{h}{L} \qquad (19)$$

für schlanke $\left(\text{Dicke } h \text{ / Länge } L \sim 1000\right)$ Stäbe bei kleinen Spreizen $\left(\frac{y_0}{L} \sim \frac{1}{50}\right)$ unter der Proportionalitätsgrenze halten lassen und man kein übertriebenes Alterungsverfahren benötigt.

Um den Verlauf des thermoelastischen Koeffizienten ε mit der Temperatur zu untersuchen, wurde ein Stab gemäß Fig. 10 an einem Waagebalken A einseitig befestigt. Der Druck der Last P wird durch ein Kreuzfedergelenk (nicht gezeichnet) stets senkrecht auf den Stab ohne Exzentrizität übertragen. Um beim Messen von der thermischen Ausdehnung der Stablänge (β Längenausdehnungskoeffizient) unabhängig zu sein, kommt nur ein Beobachten des Winkels ψ_w nach Gleichung (15) in Frage, d. h. man bestimmt die Winkeländerung der Wendepunktstangente, die nur eine Funktion von $\left(\frac{P}{P_0}\right)$ ist. Die relative Eichung läßt sich stets durch ein kleines Zusatzgewicht p vornehmen, so daß dem Winkel $d\psi_w$ ein $\frac{p}{P} \sim 1$ Promille zugeordnet ist.

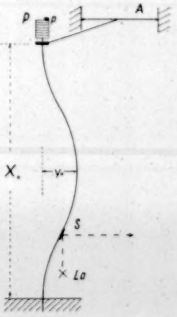


Fig. 10. Registrieranordnung für Temperaturkoeffizienten der kritischen Last P_0.
La Lampe, → Lichtzeiger, *S* Spiegel.

Die Temperaturänderung wurde durch Heizen mit Wechselstrom vorgenommen und die Winkeländerung $d\psi_w$ photographisch mit einem Lichtzeiger registriert. Die zeitliche Kurve läßt sich dann mit der entsprechenden zeitlichen Tem-

peraturkurve, die thermoelektrisch aufgenommen wurde (± 1° C), entzerren. In Fig. 11 ist eine solche Aufzeichnung für einen Eisenstab wiedergegeben[1]). Die senkrechten Striche sind Minutenmarken, die Auslenkungen zu Anfang und Ende des Films stellen eine Eichung mit $\frac{p}{P} = 0{,}9$ Promille dar. Sowohl beim Heizen (6 min) wie beim Abkühlen (9 min) sind keine merklichen Nullpunktsverlagerungen vorhanden. Der resultierende Temperaturkoeffizient $\gamma = \frac{P_{0^\circ} - P_0}{P_0}$ der kritischen Last P_0, der sich aus ε und β ergibt, ist nach Gleichung (9)

$$\gamma = 2\beta + \varepsilon \,. \tag{20}$$

Den Wert von β kann man ebenfalls mit der An-

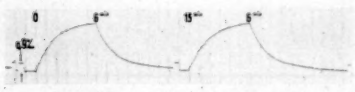


Fig. 11. Eisenstab beim Heizen und Kühlen. 1:4.

ordnung nach Fig. 10 über Gleichung (14) gewinnen, wenn X_0 konstant bleibt und beim Heizen bzw. Kühlen die Änderung der Spreize v_0 gemessen wird. Für praktische Zwecke läßt sich leicht eine Genauigkeit bis unter 10^{-5} in γ erreichen.

Dieses Verfahren wurde angewandt, um Legierungen mit kleinen γ-Werten zu untersuchen. Es wurden Nickeleisenlegierungen benutzt, da bei ihnen ε abweichend von dem üblichen Verlauf auch positiv und hinreichend klein ($\pm 10^{-5}$) erhalten werden kann. Bekanntlich sind die positiven Werte für ε dieser Elinvare (29—45 Proz. $Ni + Fe$) nur auf Temperaturgebiete unterhalb des Curiepunktes beschränkt. Der qualitative Verlauf von E in Abhängigkeit von der Temperatur t ist in Fig. 12 wiedergegeben. Nach der Theorie von Becker[2]) kann man den Bereich $a \ldots b$ vor dem Curiepunkt durch Veränderung der „inneren Spannungen" beeinflussen. Praktisch wird dies erreicht durch ein zusätzliches Magnetfeld oder durch zusätzliche Wärmebehandlung (eventuell mit Ausscheidungshärtung). In Fig. 13 sind die Registrierungen für einige $NiFe$-Legierungen wiedergegeben, deren Koeffizient γ nach obigen Gesichtspunkten positiv oder klein ($< 10^{-5}$) gemacht werden kann. Mit Rücksicht auf die

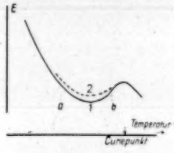


Fig. 12. Qualitativer Verlauf des Temperaturgangs von E bei Elinvaren.

Magnetostriktion werden für die Auswertung nur die Kurven beim Kühlen benutzt. Bei gewalzten Bändern verschob eine Wärmebehandlung von 400—500° den thermoelastischen Koeffizienten um mehrere Einheiten in 10^{-5} nach positiven Werten. Eine weitere Temperaturbehandlung (600—700°) machte das Material für elastische Dauerbeanspruchungen ungeeignet, da die Brinellhärte stark absinkt. Bei geeigneter Wahl und geschickter Wärmebehandlung ist man in der Lage, ε so zu erhalten, daß Kombinationen von $\beta + \varepsilon$ und auch $2\beta + \varepsilon$ kleinere Werte als $\pm 10^{-5}$ ergeben. Die Bereiche betragen für Zimmer-

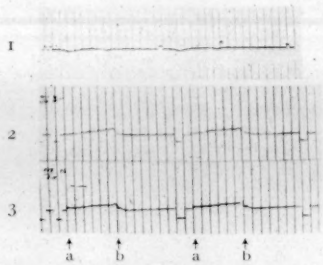


Fig. 13. Heizen a...b, Kühlen b...a, 1: Nivarox, 2: 30 Prozent Ni, 3: 42 Prozent Ni.

temperatur immerhin ± 20°, wie die Messungen nach der obigen Methode zeigen.

Neben der dynamischen Methode — Frequenzänderungen von schwingenden Stäben zu messen — liefert dieses statische Verfahren mit einfachen Mitteln eine beträchtliche Genauigkeit für Elastizitätsmoduluntersuchungen.

—Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung.

(Eingegangen 8. Juli 1939)

1) Dieses Untersuchungsverfahren wurde von Herrn Dr. Franz Suppe ausgearbeitet.

2) M. Kersten, Über den Temperaturkoeffizienten des Elastizitätsmoduls ferromagnetischer Stoffe. Zeitschr. f. Phys. **85**, 708—716, 1933.

Zur Theorie der paramagnetischen Relaxation

Von H. Dänzer

Wie Casimir und du Pré[1]) gezeigt haben, läßt sich das Auftreten einer paramagnetischen Relaxation an gewissen Kristallen, z. B. Eisenalaun, auf Grund der Vorstellung verstehen, daß eine Temperaturdifferenz bestehen kann zwischen dem System der Elementarmagnete im Magnetfeld und dem Kristallgitter, in das die paramagnetischen Ionen eingebaut sind.

Nach dieser Vorstellung soll es also vorkommen können, daß für eine meßbare Zeit kein statistisches Gleichgewicht besteht zwischen dem Spinsystem im Magnetfeld und den Gitterschwingungen. In der Tat ist zur schnellen Einstellung eines statistischen Gleichgewichtes eine Kopplung zwischen beiden Teilen unerläßlich, die in unserem Fall, besonders bei tiefen Temperaturen, außerordentlich gering ist. Die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den verschiedenen Einstellungen des magnetischen Momentes infolge der Gitterschwingungen ist also zu klein und gewährleistet nicht einen genügend raschen Energieaustausch zwischen Spinsystem und Gitter.

Wird also die Suszeptibilität mit magnetischen Wechselfeldern gemessen, deren Periodendauer vergleichbar ist mit dem reziproken Wert der Übergangswahrscheinlichkeit, so wird die Suszeptibilität mit wachsender Frequenz abnehmen. Kronig[2]) hat ganz allgemein gezeigt, daß die Relaxationszeit durch Angabe der Übergangswahrscheinlichkeiten eindeutig bestimmt ist.

Es muß also ein Zusammenhang bestehen zwischen der thermodynamischen Theorie der Relaxation von Casimir und du Pré und den Vorstellungen von Kronig.

Die beiden Verfasser machen für den Wärmeübergang dq vom Spinsystem auf das Gitter den Ansatz:

$$dq = \alpha \Delta T \, dt \,, \qquad (1)$$

wo ΔT die gegenseitige Temperaturdifferenz bedeutet. Hieraus folgt[3])

$$\chi = \chi_\infty + \frac{\chi_0 - \chi_\infty}{1 + \frac{i\omega}{\alpha} C_H} \,; \qquad \chi_\infty = \chi_0 \frac{C_a}{C_H} \,, \qquad (2)$$

wo χ_0 die statisch gemessene Suszeptibilität, χ_∞ die Restsuszeptibilität bei unendlich hoher Frequenz und C_H bzw. C_a die spezifischen Wärmen bei konstanter Feldstärke bzw. bei konstantem Moment bedeuten.

Nach der allgemeinen Theorie von Kronig ist zu erwarten, daß die Wärmeübergangszahl α sich durch die Übergangswahrscheinlichkeiten ausdrücken läßt. Dieser Zusammenhang soll in folgendem ganz allgemein angegeben werden.

Es bedeute T die Gittertemperatur und $T + \Delta T$ die Spintemperatur. Dann sind

$$n_l = \beta_{T+\Delta T} e^{-\frac{\varepsilon_l}{k(T+\Delta T)}} \,; \qquad \beta_T = \frac{N}{\sum_l e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}}} \qquad (3)$$

die Besetzungszahlen im Spinsystem. Für die Änderung der Besetzungszahl n_l infolge der Übergangswahrscheinlichkeiten A_{lm} und A_{ml} hat man:

$$\frac{dn_l}{dt} = \sum_{m \neq l} (n_m A_{ml} - n_l A_{lm}) \,. \qquad (4)$$

Nun folgt durch Entwicklung der Ausdrücke Gleichung (3)

$$n_m = n_m^0 + \beta e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}} \frac{\varepsilon_m}{kT^2} \cdot \Delta T + \frac{d\beta}{dT} e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}} \Delta T.$$

Berücksichtigt man, daß im statistischen Gleichgewicht

$$\left.\begin{aligned} n_m^0 A_{ml} &= n_l^0 A_{lm} \\ \text{bzw.} \qquad A_{ml} e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}} &= A_{lm} e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} \,, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

so geht Gleichung (4) durch Einsetzen über in:

$$\frac{dn_l}{dt} = \Delta T \left[\sum_{m \neq l} A_{ml} e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}} \left(\beta \frac{\varepsilon_m}{kT^2} + \frac{d\beta}{dT} \right) - A_{lm} e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} \left(\beta \frac{\varepsilon_l}{kT^2} + \frac{d\beta}{dT} \right) \right].$$

Hieraus folgt wegen Gleichung (5)

$$\frac{dn_l}{dt} = \frac{\beta \Delta T}{kT^2} \sum_{m \neq l} A_{lm} e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} (\varepsilon_m - \varepsilon_l) \,.$$

Für die zeitliche Änderung der Energie des Spinsystems ergibt sich also:

$$-\alpha \Delta T = \sum_l \varepsilon_l \frac{dn_l}{dt} = \frac{\beta \Delta T}{kT^2} \sum_l \sum_{m \neq l} \varepsilon_l (\varepsilon_m - \varepsilon_l) A_{lm} e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}} \,.$$

1) H. B. G. Casimir und F. K. du Pré, Physica **5**, 507, 1938; vgl. dazu P. Debye, Physik. Zeitschr. **39**, 616, 1938. — 2) R. de L. Kronig, Physik. Zeitschr. **39**, 823, 1938. — 3) P. Debye, l. c.

Faßt man hier die Zustände m, l paarweise zusammen, so ergibt sich unter Berücksichtigung von Gleichung (5)

$$\alpha = \frac{\beta}{2kT^2} \sum_{ml} A_{lm}(\varepsilon_l - \varepsilon_m)^2 e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}},$$

wo die Doppelsummation über alle Werte m, l zu erstrecken ist. Setzt man

$$\sum_m A_{lm}(\varepsilon_l - \varepsilon_m)^2 = f_l$$

und

$$\frac{\sum_l f_l e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}}}{\sum_l e^{-\frac{\varepsilon_l}{kT}}} = f,$$

so folgt schließlich für α

$$\alpha = \frac{fN}{2kT^2}, \qquad (6)$$

womit der gesuchte Zusammenhang zwischen α und den Übergangswahrscheinlichkeiten gefunden ist.

Ein besonders übersichtlicher Spezialfall von Gleichung (6) ergibt sich durch Betrachtung nur zweier Energiezustände. Für α folgt dann

$$\alpha = (A_{12} + A_{21}) \frac{2\mu^2 H^2}{kT^2} \frac{N}{1 + \cosh \frac{2\mu H}{kT}}. \qquad (7)$$

Dieses Resultat läßt sich unter Einführung der spezifischen Wärme C_H vereinfachen. Auf Grund der Voraussetzungen des von uns betrachteten Spezialfalls gilt nämlich für das mittlere Moment M im zeitlich konstanten Magnetfeld

$$M = N \frac{-\mu e^{-\frac{\mu H}{kT}} + \mu e^{+\frac{\mu H}{kT}}}{e^{-\frac{\mu H}{kT}} + e^{\frac{\mu H}{kT}}} = \mu N \operatorname{tgh} \frac{\mu H}{kT} = \mu N \operatorname{tgh} x. \qquad (8)$$

Für den magnetischen Anteil der spezifischen Wärme C_H bei konstant gehaltener Feldstärke ergibt sich thermodynamisch

$$c_H = -T \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_M,$$

also nach Gleichung (8):

$$c_H = N \frac{H^2\mu^2}{kT^2} \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{tgh} x$$

$$= N \frac{H^2\mu^2}{kT^2} \frac{2}{1 + \cosh \frac{2\mu H}{kT}}.$$

Gleichung (7) geht also über in

$$\frac{\alpha}{c_H} = A_{12} + A_{21}$$

in völliger Übereinstimmung mit dem Ergebnis von Kronig, daß die Relaxationszeit durch die reziproke Summe der Übergangswahrscheinlichkeiten gegeben ist.

Die Bestimmung der Relaxationszeit mit Hilfe der Formel (6) für α setzt die allgemeine Kenntnis der spezifischen Wärme C_H voraus. Eine angenäherte Bestimmung von C_H ist ganz allgemein möglich, wenn die in Betracht kommenden Energieniveaus voll angeregt sind, wenn also $\frac{\varepsilon_m}{kT} \ll 1$. — Die innere Energie des Systems ist gegeben durch:

$$U = N \frac{\sum_m \varepsilon_m e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}}}{\sum_m e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}}} = -N \frac{\partial}{\partial \frac{1}{kT}} \log \sum_m e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}}. \qquad (9)$$

Kommen nur Z Energieniveaus in Betracht, so kann im Rahmen der obigen Voraussetzung gesetzt werden:

$$\sum_m e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}} = Z\left(1 - \frac{\overline{\varepsilon_m}}{kT} + \frac{1}{2}\frac{\overline{\varepsilon_m^2}}{kT}\right),$$

wo $\overline{\varepsilon_m}$, $\overline{\varepsilon_m^2}$ Mittelwerte bedeuten. Bildet man hiervon den Logarithmus, so folgt aus Gleichung (9) durch Differentiation

$$U = N\left(\overline{\varepsilon_m} - \frac{\overline{\varepsilon_m^2}}{kT} + \frac{1}{2}\frac{\overline{\varepsilon_m^2}}{kT}\right),$$

also, wenn wir $\overline{\varepsilon_m^2}$ vernachlässigen:

$$c_H = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{N\overline{\varepsilon_m^2}}{kT^2} . \qquad (10)$$

Setzt man annähernd

$$f = \frac{1}{Z}\sum_l f_l ,$$

so folgt schließlich aus Gleichung (6) für die Relaxationszeit $\tau = \frac{C_H}{\alpha}$ unter Berücksichtigung von Gleichung (10)

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\alpha}{c_H} = \sum_l \sum_m A_{lm} \frac{(\varepsilon_m - \varepsilon_l)^2}{2Z\overline{\varepsilon_m^2}} .$$

Frankfurt a. M., Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 5. Juli 1939)

BERICHTE

Die ballistische Lichttheorie und das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. II

Von Oskar Mathias

B. Der ballistische Beschleunigungseffekt.

14. Zur hellens Abschätzung für den Faktor k

Auf den ballistischen Beschleunigungseffekt hat zuerst W. Zurhellen in einer sehr interessanten Arbeit aufmerksam gemacht. Wie schon im Abschnitt 8 des ersten Teiles dieser Arbeit unter B auseinandergesetzt worden war, geht man hier von der Annahme aus, daß jeder Wellenberg für sich ballistisch emittiert wird. Bei relativ zum Beobachter beschleunigt bewegter Lichtquelle muß dann ein kohärenter Wellenzug auseinandergezogen oder zusammengedrückt werden, wodurch die empfangene Frequenz ν' verändert wird gegenüber jener, welche nach dem Doppler-Effekt bei unbeschleunigter Bewegung auftritt. Deutet man die empfangene Frequenz, wie dies immer geschieht, nach der klassischen Theorie, so erhält man aus der Formel des Dopplerschen Prinzips eine Geschwindigkeit $\overline{\gamma}$, die nicht der wahren Radialgeschwindigkeit des Sternes gleich ist. Hier werden somit auch die Ordinaten der Geschwindigkeitskurve verändert. Die Größe dieser Änderung haben wir in Gleichung (36) berechnet:

$$\Delta\gamma = \overline{\gamma} - \gamma = k\frac{D}{c}\cdot\frac{d\gamma}{dt} . \qquad (36)$$

Wir hatten uns früher auch noch überlegt, in welcher Weise dieser „Ordinateneffekt" die einer Kreisbahn entsprechende Geschwindigkeitskurve verändert. Das Ergebnis ist in Fig. 8 dargestellt[1]). Die vorgetäuschte (strichlierte) Geschwindigkeitskurve hat eine nur wenig größere Amplitude (bei kleinem Effekt) und ist auch eine Kosinuslinie, die aber um den Betrag $\overline{\Delta t}$ gegen die wahre Kurve im Sinne der negativen t-Achse verschoben ist. Den Betrag $\overline{\Delta t}$ konnten wir in einfacher Weise berechnen; es war:

$$\overline{\Delta t} = \frac{kD}{c} . \qquad (37)$$

Im allgemeinen wäre es nicht möglich, eine solche Verschiebung aus den Beobachtungen zu konstatieren, da man aus ihnen nur die strichlierte Kurve ermitteln würde, wofern unsere Annahmen zurecht bestünden. Es gibt aber eine besondere Klasse von spektroskopischen Doppelsternen, bei welchen unter den gemachten Voraussetzungen eine solche Verschiebung aus den Beobachtungen erschlossen werden könnte; das sind jene, die zugleich Verfinsterungsveränderliche sind. Bei diesen ist außer der Geschwindigkeitskurve noch die Lichtkurve beobachtbar und also insbesondere der Zeitpunkt des Lichtminimums, in welchem der scheinbare Abstand der Mittelpunkte der hellen und der dunklen Komponente ein Minimum ist. Wir können uns leicht überlegen, welchem Punkt der Kreisbahn dieser Augenblick entspricht: es muß die helle Komponente hinter der dunklen liegen; in diesem Bahnpunkt ist die Radialgeschwindigkeit der hellen Komponente relativ zum Schwerpunkt gleich Null und geht von positiven zu negativen Werten über. In der Fig. 8 entspricht daher der Punkt t_P dem Augenblick des Lichtminimums; denn für dieses ist natürlich die wahre Geschwindigkeitskurve maßgebend oder, genauer gesagt, die nur durch den Geschwindigkeitseffekt (Δt) veränderte Geschwindigkeitskurve, die sich aber wegen der relativen Kleinheit des Δt gegenüber dem $\overline{\Delta t}$ von der wahren Kurve nur sehr wenig unterscheidet. Der Index „P" beim t_P soll an „Photometer" erinnern, weil dieser Zeitpunkt durch photometrische Messungen beobachtbar ist und daher auch nicht beeinflußt wird von der Verlagerung $\overline{\Delta t}$ der spektroskopisch gefundenen Geschwindig-

[1]) Siehe diese Zeitschrift **40**, 455, 1939.

keitskurve. Aus dieser läßt sich aber der Zeitpunkt t_s entnehmen, das ist der Augenblick, in welchem $\overline{\gamma} = 0$ ist beim Übergang von positiven zu negativen Werten. Aus beiden Daten gewinnt man aber sofort das $\overline{\Delta t}$ (siehe Fig. 8):

$$\overline{\Delta t} = t_p - t_s .$$

Ist außerdem noch die Entfernung D des Doppelsternes bekannt, so läßt sich aus Gleichung (37) der Faktor k berechnen:

$$k = \frac{c}{D} \cdot \overline{\Delta t}_i \qquad (56)$$

und damit hat man eine Abschätzung für das k gewonnen.

Den angeführten Überlegungen haftet noch der Mangel an, daß sie nur für Kreisbahnen gelten. Zurhellen untersucht aber auch den allgemeinen Fall elliptischer Bahnen kleiner Exzentrizität ε, so daß man bei den Entwicklungen Glieder mit ε^2 vernachlässigen kann. Wir gehen auf diese etwas längere Rechnung nicht ein, können aber leicht darauf verzichten, weil keine anderen prinzipiellen Gesichtspunkte in den Überlegungen auftreten als bei der Behandlung der Kreisbahn und weil das Resultat bei der erwähnten Beschränkung (ε = klein) genau das gleiche ist wie bei der Kreisbahn. Auch hier gelangt man zu Formel (56).

Die Beschränkung auf kleine Exzentrizitäten endlich ist keine störende Einschränkung, denn die meisten Doppelsternsysteme der betrachteten Art haben kleine ε (enge Systeme), und selbst wenn dies nicht der Fall wäre, könnte man zur Abschätzung des k solche Verfinsterungsvariable auswählen, bei welchen diese Forderung in genügendem Maße erfüllt ist.

Bei der Bearbeitung der Beobachtungsdaten berücksichtigt Zurhellen noch den sog. Nordmann-Tikhoff-Effekt, dessen Realität allerdings von vielen Seiten stark angezweifelt wird. Nach ihm sollen die roten Strahlen im Weltraum eine etwas größere Geschwindigkeit besitzen als die blauen, oder es soll, anders ausgedrückt, der Weltraum eine, wenn auch außerordentlich kleine, Dispersion besitzen. Man kann diesen Effekt etwa so konstatieren, daß die Lichtkurven eines und desselben Bedeckungsveränderlichen beobachtet werden, wobei aber jeweils verschiedene Farbfilter verwendet werden, so daß man etwa eine Lichtkurve für das rote Licht, eine für das blaue desselben Sternsystems erhält. Es wird behauptet, daß die erstere Kurve gegen die letztere im Sinne der negativen Zeitachse verschoben ist, so daß also die roten Strahlen eine etwas größere Geschwindigkeit haben müßten als die blauen; denn der Verdunklungsvorgang betrifft doch alle Strahlen in völlig gleicher Weise. Nun sind die Photometer, deren Beobachtungsergebnisse Zurhellen verwendet, mehr rotempfindlich als die photographischen Platten der Spektrographen, welche die Daten für die Geschwindigkeitskurven liefern. Durch den Nordmann-Tikhoff-Effekt müßte daher der Punkt t_p (Fig. 8) nach links verschoben erscheinen und dem Punkt t_s näher liegen; so könnte der ballistische Effekt verdeckt werden, ja es könnte die Differenz $t_p - t_s$ sogar negativ werden. Trotzdem, wie schon erwähnt, das Vorhandensein dieses Effektes vielfach angezweifelt worden ist, vergrößert Zurhellen die Differenzen $t_p - t_s$ um Beträge, die der von manchen Seiten behaupteten Größe des Effektes entsprechen, um jedem diesbezüglichen Einwand zu begegnen.

Die Zusammenstellung des Beobachtungsmaterials zeigte, daß nur bei zwei Sternsystemen alle erforderlichen Daten mit hinreichender Genauigkeit bekannt waren, nämlich bei β Aur. und β Pers. (Algol). Man findet nach Formel (56) für diese beiden Systeme:

$$k = 2{,}5 \cdot 10^{-7} \ (\beta \text{ Aur.}),$$
$$k = 8{,}5 \cdot 10^{-7} \ (\beta \text{ Pers.}).$$

Diese Zahlen sind natürlich ziemlich unsicher und haben nur den Charakter einer Bestimmung der Größenordnung. Immerhin kann man mit Zurhellen daraus schließen, daß „der Bruchteil, mit dem die Geschwindigkeit einer Lichtquelle in die Lichtgeschwindigkeit eingeht, kleiner ist als 1 : 1 Million".

Man gelangt auf diesem Wege also zu einer sehr kleinen oberen Grenze für das k. Der Mangel dieser Methode ist aber schon aus dem Vorangegangenen zu ersehen: Der ballistische Doppler-Effekt ist keine unausweichliche Folge des ballistischen Prinzips, sondern beruht auf einer speziellen Annahme über die Lichtemission, die noch hinzutreten muß, um den „Beschleunigungseffekt" zu ergeben. Wir haben aber schon gesehen, wie diese Annahme durch eine andere ersetzt werden kann (Emission der „starren Perlenschnur"), welche nicht zum ballistischen Doppler-Effekt führt. Mit dieser anderen Vorstellung über den Emissionsvorgang werden aber alle von Zurhellen gemachten Schlüsse und somit auch seine Abschätzung für den Faktor k hinfällig.

15. Ein Einwand gegen das ballistische Prinzip von Thirring

Auch Thirring betrachtet zunächst den ballistischen Doppler-Effekt, verbindet ihn aber mit anderen Beschleunigungen als Zurhellen.

Dieser berücksichtigte die bei den Umlaufsbewegungen von Doppelsternen auftretenden Beschleunigungen, die relativ klein sind, so daß nur infolge der großen Distanz dieser Systeme der Effekt merklich werden könnte. Thirring hingegen zieht die außerordentlich großen Beschleunigungen in Rechnung, welche die einzelnen Atome des leuchtenden Gases infolge der thermischen Zusammenstöße, etwa in der Sonnenatmosphäre, erfahren. Für die Größe dieser Beschleunigungen findet Thirring durch eine rohe Überschlagsrechnung eine untere Grenze und zieht damit die Konsequenzen aus dem ballistischen Doppler-Effekt. Seine Überlegung ist die folgende:

Schon bei Zimmertemperatur ist die Molekulargeschwindigkeit für Wasserstoff rund 10^5 cm/sec, in der viel heißeren Sonnenatmosphäre also entsprechend größer (proportional $\sqrt{T}$). Durch einen Zusammenstoß zweier Atome kann eine solche Geschwindigkeit in die vektoriell entgegengesetzte verwandelt werden. Es soll aber bloß angenommen werden, daß eine Radialgeschwindigkeit von diesem Betrage in die Radialgeschwindigkeit Null verwandelt wird. Die Kohärenzzeit eines optischen Wellenzuges berechnet sich aus der Kohärenzlänge von etwa 300 cm zu:

$$dt = \frac{300}{3 \cdot 10^{10}} = 10^{-8}\,\text{sec}\,.$$

Die Stoßdauer ist sicher sehr viel kürzer als diese Zeit. Wir erhalten somit abermals eine untere Grenze für die Radialbeschleunigung beim Stoß, wenn wir uns die Geschwindigkeitsänderung $d\gamma = 10^5$ cm/sec auf die Kohärenzzeit $dt = 10^{-8}$ sec gleichmäßig verteilt denken. Das liefert:

$$\frac{d\gamma}{dt} = 10^{13}\ \text{cm/sec}^2 \qquad (57)$$

und die wirklich auftretenden Beschleunigungen im Visionsradius sind sicherlich viel größer.

Um den Einfluß dieser enormen Beschleunigungen auf das empfangene Licht zu berechnen, können wir Gleichung (33) Seite 454 benützen, oder, was hier vielleicht noch anschaulicher ist, Gleichung (31), in welcher dt' die „Empfangszeit" ist, welche der „Sendezeit" dt zugehört:

$$dt' = dt\left(1 + \frac{\gamma}{c} + \frac{D \cdot k}{c^2} \cdot \frac{d\gamma}{dt}\right). \qquad (31)$$

Thirring betrachtet nur die Ritzsche Hypothese, für welche $k = 1$ ist, also den strengen ballistischen Ansatz. Er berechnet die Frequenzänderung für ein leuchtendes Atom in der Sonnenatmosphäre, und in diesem Fall ergibt sich wegen $D = 1{,}5 \cdot 10^{13}$ cm mit der Beschleunigung aus Gleichung (57):

$$\frac{D}{c^2}\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{13}}{9 \cdot 10^{20}} \cdot 10^{13} = \frac{5}{3} \cdot 10^5.$$

Gegenüber dieser großen Zahl kann in Gleichung (31) die 1 und natürlich das gegen 1 wieder außerordentlich kleine $\frac{\gamma}{c}$ vernachlässigt werden, und es wird:

$$dt' = dt \cdot \tfrac{5}{3} \cdot 10^5\,.$$

Multipliziert man dt' mit der Lichtgeschwindigkeit c, so erhält man die Länge des empfangenen Wellenzuges, wobei $c \cdot dt$ die Länge des emittierten ist, welche wir 3 m setzen wollen. Man erhält also:

$$c \cdot dt' = 3\,\text{m} \cdot \tfrac{5}{3} \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^5\,\text{m} = 500\,\text{km}\,.$$

Das heißt: Ein optischer kohärenter Wellenzug von 3 m Länge kommt beim irdischen Beobachter als Wellenzug von 500 km Länge an, d. h. als Radiowelle von etwa 8 cm Wellenlänge, wenn für das emittierte Licht die Wellenlänge zu 500 $\mu\mu$ angenommen wird.

Aus der angeführten Rechnung zieht Thirring den Schluß: „Die ballistische Hypothese wird also in ihrer konsequenten Fassung[1]) allein schon durch die Tatsache widerlegt, daß die Sonnenstrahlung ein sichtbares Spektrum mit scharfen Spektrallinien besitzt."

Dieser Schluß ist aber falsch. Der Grund für den Irrtum Thirrings liegt wohl in der Art seiner Berechnung der Stoßbeschleunigung, bei der die Geschwindigkeitsänderung gleichmäßig auf die Kohärenzzeit aufgeteilt wird. Das verleitet zu der Vorstellung, das strahlende Atom unterliege ständig diesen Beschleunigungen, was aber natürlich nicht zutrifft. Wohl wird die Beschleunigung beim Stoß eine noch viel größere sein, als unsere Überschlagsrechnung sie ergab und die Streuung der in der Stoßzeit ausgestrahlten Energie müßte über einen noch größeren Frequenzbereich erfolgen. Die Stoßzeit ist jedoch ungemein klein gegenüber der Verweilzeit in der freien Weglänge, und in dieser wird die Strahlung nur durch den normalen Geschwindigkeits-Doppler-Effekt verändert. Die Schlußfolgerung Thirrings betrifft somit nur einen außerordentlich kleinen Bruchteil der gesamten ausgestrahlten Energie.

La Rosa, einer der fanatischsten Verfechter der ballistischen Theorie, hat auch diesen Irrtum Thirrings bemerkt und in einer Erwiderung darauf hingewiesen. Daß „jedes Spektrum von

[1]) $k = 1$, Emission jedes Wellenberges ballistisch.

einem mehr oder weniger intensiven spektralen Untergrund begleitet ist", wie einfachste Spektraluntersuchungen zeigen, erscheint La Rosa als „glänzende Bestätigung der ballistischen Theorie". Darüber und über die Äußerung von La Rosa, daß aus Thirrings Einwand das ballistische Prinzip „gestärkt" hervorginge, kann man allerdings auch anderer Meinung sein.

Thirring hat den Einwand gegen seinen falschen Schluß selbstverständlich anerkannt, zugleich aber einen anderen Weg angegeben, um das Vorhandensein eines ballistischen Doppler-Effektes zu widerlegen. Seine diesbezüglichen Überlegungen wurden von W. Bernheimer publiziert, weil dieser für einen anderen Teil der Arbeit Thirrings, auf den wir noch zu sprechen kommen, die astronomischen Daten zusammengestellt hat. Der Einwand auf Grund der enormen Beschleunigungen beim thermischen Zusammenstoß ist hinfällig, weil diese Beschleunigungen nicht ständig auf die strahlenden Atome wirken. Diese Atome sind aber auch ständigen Beschleunigungen unterworfen, nämlich den Gravitationsbeschleunigungen in der betreffenden Sternatmosphäre. Auf der Sonne beträgt diese Beschleunigung etwa 270 m/sec², ist also schon recht beträchtlich. Rechnet man nach der Formel (33) die Frequenzänderung infolge dieser Beschleunigung, so findet man, daß für eine Wellenlänge = 4000 Å die Frequenz des von der Sonne kommenden Lichtes auf der Erde um etwa 2 Å geändert sein müßte[1]). Ein solcher Effekt wäre sehr auffallend.

Ganz groteske Frequenzänderungen ergeben sich aber, wenn man den ballistischen Doppler-Effekt für Fixsterne berechnet, für welche alle erforderlichen Daten gut bekannt sind; denn hier ist die Distanz D, welche in Formel (33) als Faktor auftritt, außerordentlich viel größer als bei der Sonne. So findet Bernheimer aus den Daten für S Antliae (einem spektroskopischen Doppelstern von ähnlicher Masse und Dimension wie die Sonne), daß die empfangene Frequenz infolge der Gravitationsbeschleunigung sich auf den 4000. Teil von ν erniedrigen müßte!

Auch diesen Überlegungen ist übrigens eine Bemerkung hinzuzufügen, welche die Autoren nicht machen. Man muß nämlich beachten, daß nur für die Mitte der leuchtenden Sternscheibe die gesamte Gravitationsbeschleunigung in der Richtung des Radiusvektors zur Erde liegt, wie es unsere Formeln voraussetzen. Gegen den Rand zu kommt nur die in den Visionsradius fallende Komponente für unsere Rechnung in Betracht. Im Falle von S Antliae müßte aber, wie man sich ohne jede Rechnung leicht überlegt, fast alles Licht, das uns erreicht, in der Frequenz so enorm verändert werden, daß man im Spektrum unmöglich scharfe Linien beobachten könnte entgegen der einfachsten Erfahrung.

Auch für diese Schlüsse gilt jedoch das schon früher zu den Überlegungen von Zurhellen Gesagte: Der ballistische Doppler-Effekt ist keine notwendige Folge des ballistischen Prinzips und daher treffen alle aus jenem gewonnenen Einwände das genannte Prinzip nicht an seiner Wurzel.

16. La Rosa als Verfechter der ballistischen Theorie

Seit Ende 1923 trat La Rosa als eifriger Verfechter der ballistischen Hypothese auf. Zunächst wies er die Einwände von De Sitter mit der Behauptung zurück, daß die Schlußfolgerungen von De Sitter auch auf alle Fälle angewendet würden, wo sie nicht passen. Wenn auch, wie wir gleich sehen werden, viele Überlegungen von La Rosa sehr mangelhaft und viele Behauptungen falsch sind, so hat er doch das Verdienst, eine neue, einfache und sehr anschauliche Betrachtungsweise eingeführt und auf einen bis dahin noch nicht untersuchten Effekt hingewiesen zu haben. Die lebhafte Polemik, welche seine Arbeit hervorrufen mußte, war der Anlaß, daß man den ursprünglichen Einwand von De Sitter durch Aufzeigen bestimmter Systeme mit bekannten Daten so spezialisierte, daß die ballistische Theorie mit La Rosas eigenen Waffen endgültig geschlagen wurde. Ein verzweifelter Versuch von La Rosa, doch noch einen Ausweg zu finden, schlug gänzlich fehl, seine Einwände wurden als haltlos erwiesen.

Die neue Betrachtungsweise von La Rosa liegt darin, daß er die Empfangszeiten des Lichtes einer Doppelsternkomponente als Funktion der Sendezeiten berechnet und graphisch darstellt. Dabei beschränkt er sich auf den einfachsten Fall der Kreisbahn und nimmt noch weiter an, daß der Visionsradius in der Bahnebene liegt. Das letztere ist keine Einschränkung, die eine besondere Vereinfachung der Überlegungen bewirkt, denn im allgemeinen Fall sind die Radialgeschwindigkeiten bloß mit dem Faktor $\cos(90° - i)$ zu multiplizieren, wo i die Neigung der Bahn bedeutet (s. Abschnitt 7).

Um die Beziehung zwischen der Sendezeit t und der Empfangszeit t' herzuleiten, nennen wir die (konstante) Geschwindigkeit in der Kreisbahn v, die Umlaufszeit des Systems τ_0 (früher U genannt), seine Winkelgeschwindigkeit ω, so daß

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}. \qquad (58)$$

1) Bernheimer gibt 4 Å an, was aber auf einem Rechenfehler und überdies auf einem falschen Wert für die Sonnenmasse beruht.

Ferner sei D, so wie früher, die Distanz des Systemschwerpunktes von der Erde, und die Sendezeit t werde gezählt vom Durchgang der betrachteten Komponente durch den aufsteigenden Knoten. Dann ist die Radialgeschwindigkeit γ (s. Fig. 11) bestimmt durch:

$$\gamma = v \cos \omega t. \tag{59}$$

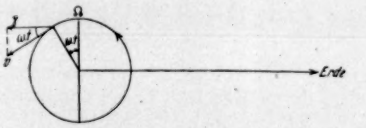


Fig. 11. Die Radialgeschwindigkeit in der Kreisbahn.

La Rosa betrachtet nur den strengen ballistischen Ansatz $k = 1$. Wir wollen aber mit Rücksicht auf das Folgende den allgemeinen Ansatz $k \leq 1$ einführen. Dann ist die Lichtgeschwindigkeit in der Richtung zur Erde gleich $(c - k \cdot v \cdot \cos \omega t)$ und daher mit den schon früher gebrauchten Vernachlässigungen (die Veränderlichkeit der Distanz betreffend):

$$\left.\begin{aligned} t' &= t + \frac{D}{c - k\, v \cos \omega t} \\ &= t + \frac{D}{c} \cdot \frac{1}{1 - k \dfrac{v}{c} \cos \omega t} \end{aligned}\right| \tag{60}$$

Zur Abkürzung führen wir die Bezeichnung ein:

$$k \cdot \frac{v}{c} = b' \qquad [\dim b' = 1]. \tag{61}$$

Wegen der Kleinheit von b können wir den Quotienten in Gleichung (60) in eine Reihe entwickeln:

$$t' = t + \frac{D}{c}\left[1 + b' \cos \omega t + b'^2 \cos^2 \omega t + \cdots\right]. \tag{62}$$

Die hier auftretenden individuellen Konstanten sind D, b' und ω; letzteres steht in einfachem Zusammenhang mit der Umlaufszeit τ_0. Um ihre Anzahl zu vermindern, wollen wir die Zeiten, also auch die Reisedauer des Lichtes bei ruhender Lichtquelle $\frac{D}{c}$, in Teilen der Umlaufszeit τ_0 messen und setzen dazu:

$$\frac{\dfrac{D}{c}}{\tau_0} = K \qquad [\dim K = 1]. \tag{63}$$

Führt man daraus das $\frac{D}{c} = K \tau_0$ in Gleichung (62) ein und beachtet, daß $b' < \frac{1}{1000}$ ist, so daß wir unbedenklich das quadratische Glied und die folgenden gegen das lineare vernachlässigen können, so ergibt sich die folgende (Näherungs-) Formel, an deren graphische Darstellung La Rosa seine weiteren Betrachtungen knüpft:

$$t' = t + \tau_0 K + K b' \tau_0 \cos \omega t. \tag{64}$$

Da La Rosa nur den strengen ballistischen Ansatz betrachtet, also $k = 1$ setzt, so hat bei ihm nach Gleichung (61) das b' den Wert v/c, und wir wollen diese Größe wie er mit b bezeichnen:

$$\frac{v}{c} = b \tag{61a}$$

und haben dann:

$$t' = t + \tau_0 K + K b \tau_0 \cos \omega t. \tag{64a}$$

Der Verlauf dieser Funktion ist nun leicht zu diskutieren. Wählen wir die Sendezeit t als Abszisse, die Empfangszeit t' als Ordinate unserer graphischen Darstellung, so bedeutet das zweite Glied auf der rechten Seite in Gleichung (64a) eine konstante Verschiebung in der Richtung der Ordinate. Das erste Glied gibt eine gegen die Abszisse unter 45° geneigte Gerade. Das dritte endlich gibt eine Kosinuslinie, die sich dieser Geraden überlagert, von der Periode τ_0, und der Amplitude $K \cdot b$; das Verhältnis von Amplitude zur Periode ist also $K \cdot b$. Mißt man also die Zeit in Einheiten der Umlaufszeit τ_0, so hängt, abgesehen von der ganz belanglosen konstanten Verschiebung $K \cdot \tau_0$ der Verlauf unserer Kurve einzig von der einen individuellen Konstante $K \cdot b$ ab.

La Rosa gibt das graphische Bild der Kurven für verschiedene Kb-Werte (Fig. 12 und 13). Für sehr kleine Amplituden Kb (in Einheiten τ_0 gemessen) schmiegt sich die wellenförmige Kurve sehr eng der Geraden mit der Neigung 45° an, d. h. es werden kleine Empfangsintervalle den zugehörigen Sendeintervallen nahezu gleich sein. Für $Kb = 0{,}1$ ist das aber durchaus nicht mehr der Fall. Man sieht aus Fig. 12, daß diese Kurve bald steil ansteigt, bald ganz wenig gegen die Abszissenachse geneigt ist. Wohl tritt in diesem Fall noch keine Überlagerung von Licht auf, welches zu verschiedenen Zeiten emittiert wurde, denn eine Gerade $t' = \text{const}$ schneidet diese Kurve immer nur in einem Punkt, so daß einer bestimmten Empfangszeit immer nur eine Sendezeit zugehört. Aber man sieht sofort, daß im steilen Teil der Kurve einem bestimmten Sendeintervall ein viel größeres Empfangsintervall zugeordnet ist; d. h. daß sich die im Sendeintervall ausgestrahlte Energie auf eine größere Empfangszeit verteilt und demnach der Stern lichtschwächer erscheinen muß als bei konstanter Lichtgeschwin-

digkeit, wo jedes Empfangsintervall dem entsprechenden Sendeintervall gleich ist. Umgekehrt muß beim flachen Teil der Kurve die Empfangszeit kürzer sein als die zugehörige Sendezeit, die Energie also zusammengedrängt werden und der

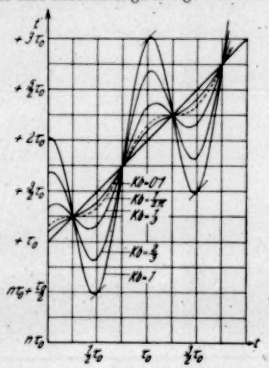


Fig. 12.

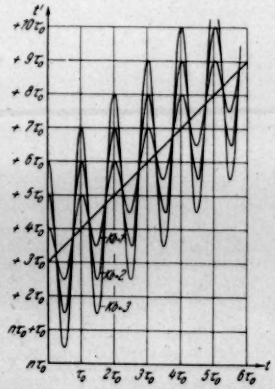


Fig. 13.

Fig. 12 und 13. Die Empfangszeit t' des Lichtes einer Doppelsternkomponente als Funktion der Sendezeit t für verschiedene Werte von $K \cdot b$.

Stern heller erscheinen als im Fall $k = b = 0$. Wir kommen also zu der wichtigen Erkenntnis, daß die ballistische Fortpflanzung des Lichtes bei entsprechenden Kb-Werten eine Veränderlichkeit in der Helligkeit des Sternes zur Folge haben muß.

Eine ganz einfache Rechnung zeigt, daß eine Tangente an die Kurve bei wachsenden Kb-Werten zum erstenmal der Abszisse parallel werden kann für $Kb = \frac{1}{2\pi} = 0{,}15916 \doteq 0{,}16$. La Rosa zeichnet auch für diesen Fall die Kurve (strichliert).

Für $Kb > 0{,}16$ gibt es immer Kurventeile, wo $\frac{dt'}{dt} < 0$ ist. Das heißt, es gibt hier neben den aufsteigenden Kurvenstücken auch absteigende und eine Parallele $t' = \text{const}$ schneidet unsere Kurve möglicherweise in mehr als einem Punkt; für $Kb = \frac{1}{3}$ z. B. (Fig. 12) in 3 Punkten oder, bei entsprechender Lage der Geraden, in bloß einem Punkt. Es tritt in diesem Fall also zeitweise eine Überlagerung des Lichtes auf, welches zu verschiedenen Zeiten und aus verschiedenen Bahnpunkten emittiert wurde. Die Helligkeit des Sternes müßte sich demnach sprunghaft ändern (was La Rosa allerdings nicht erwähnt) und außerdem noch kontinuierlich wegen der Veränderung des Differentialquotienten $\frac{dt'}{dt}$.

Bei $Kb = 1$ (s. auch Fig. 13) tritt bereits immer eine solche Überlagerung auf, und zwar aus 3 bis 5 Bahnpunkten. Man kann sich leicht überlegen, daß für ganzzahlige Kb-Werte ≥ 1 die Anzahl der Schnittpunkte mit der Geraden $t' = \text{const}$, also die Anzahl der Überlagerungen von Licht aus verschiedenen Bahnpunkten zwischen $4\,Kb + 1$ und $4\,Kb - 1$ wechselt. Ebenso sieht man, etwa am Beispiel $Kb = 3$, daß jene Schnittpunkte der Kurve ganz verschiedenen Punkten des Umlaufes entsprechen. Der Beobachter müßte daher in solchen Fällen ständig Licht aus ganz verschiedenen Teilen der Bahn empfangen, also Licht, das ganz verschiedene Dopplerverschiebungen zeigt. Die Überlagerung aller dieser Lichter könnte nur ganz verwaschene breite Spektrallinien erzeugen.

Weiter behauptet La Rosa, daß mit wachsendem $K \cdot b$ auch die Helligkeitsschwankungen abnehmen müßten. Er sagt wörtlich: „Ein immer geringeres Interesse zeigen die Kurven, die Werten von Kb entsprechen, die immer größer als 1 sind. Die Lichtüberlagerung erfolgt bei einer immer größeren Anzahl von Stellungen, die immer verschiedeneren Perioden und Phasen angehören, und alles, was unser Beobachter verzeichnen können wird, werden kleine Schwankungen der Helligkeit in den Augenblicken sein, in denen die Werte von t' die Maxima und Minima der betreffenden Kurve berühren. Man begreift somit leicht, daß recht bald, d. h. bei Werten von Kb, die nicht viel höher als 10 liegen, jede Schwankung in der Helligkeit unwahrnehmbar werden wird."

Diese Ansicht von La Rosa, die übrigens auch von Bernheimer übernommen worden ist, entspringt aber einer oberflächlichen Überlegung und ist falsch. Nennen wir die Lichtintensität, welche der Beobachter nach der ballistischen Theorie wahrnehmen müßte, I', während die Intensität bei Gültigkeit des Lorentzschen Prinzips (Konstanz der Lichtgeschwindigkeit) I sei. Dann gilt, da die Lichtintensität der pro Zeiteinheit eingestrahlten Energie proportional sein muß, die Gleichung:

$$I'\,dt' = I\,dt, \tag{65}$$

welche besagt, daß die Energie in den Zeitintervallen des Empfanges, welche einem bestimmten Sendeintervall entsprechen, nach beiden Theorien die gleiche sein muß, nämlich gleich der gesendeten Energie. Während aber bei konstanter Lichtgeschwindigkeit das dt zugleich Empfangs- und Sendezeit ist, entspricht nach der ballistischen Theorie der Sendezeit dt die Empfangszeit dt' und die Beziehung zwischen diesen beiden ist den Fig. 12 und 13 zu entnehmen. Aus Gleichung (65) folgt:

$$I' = \frac{I}{\left|\dfrac{dt'}{dt}\right|} \tag{66}$$

Diese Gleichung ermöglicht es, die vom Beobachter unter Voraussetzung der ballistischen Theorie wahrgenommene Intensität in Teilen der „ungestörten" Intensität I auszudrücken.

Aus Gleichung (64a) ergibt sich nun sehr leicht, daß $\dfrac{dt'}{dt}$ für ganzzahlige Vielfache von $\dfrac{\tau_0}{2}$, also für die Maxima und Minima der Kosinuskurve, den Wert 1 hat. Für den Fall $Kb = 1$ ist diese Tatsache in der Figur von La Rosa durch Tangenten an die entsprechenden Punkte angedeutet. Nach Gleichung (66) gilt also für diese Stellen:

$$I' = I,$$

allein von diesem einen Kurvenstück her. Nun kommen aber noch die Beiträge von den übrigen Kurvenbergen hinzu, welche von der Geraden $t' = \text{const}$ durch die betrachteten Punkte geschnitten werden. Diese Beiträge lassen sich leicht abschätzen; denn der Minimalwert von I' ergibt sich, wenn wir für $\dfrac{dt'}{dt}$ das Maximum einsetzen, zu:

$$I' = \frac{I}{1 + 2\pi Kb}$$

und die Anzahl solcher Schnittpunkte ist mindestens gleich $4\,Kb - 2$, den oben betrachteten schon abgerechnet. Daher ist die Summe aller dieser Beiträge gegeben durch:

$$I' = I \cdot \frac{4\,Kb - 2}{1 + 2\pi Kb}. \tag{67}$$

Hier ist der Faktor des I schon für $Kb = 4$ größer als $\frac{1}{2}$ und nähert sich mit wachsendem Kb der Grenze $\dfrac{2}{\pi}$. Das heißt, daß in den betrachteten Punkten zur Intensität I noch mindestens $I/2$ hinzukommt.

Diese ziemlich rohe Abschätzung läßt sich noch leicht verbessern. An den Figuren für kleine Kb sieht man deutlich, daß die Gerade $t' = \text{const}$ durch die Punkte, für welche $\dfrac{dt'}{dt} = 1$ ist, bei etwas größerem t den gleichen Kurvenberg noch einmal schneidet und daß hier $\dfrac{dt'}{dt} \doteq -1$ ist. Eine einfache Rechnung zeigt, daß auch für große Kb-Werte sich an dieser Tatsache nichts ändert, daß also bereits von diesen beiden Schnittpunkten her das $I' \doteq 2I$ ist. Infolgedessen muß an anderen Stellen $I' < I$ sein.

Es kann also keine Rede davon sein, daß mit wachsendem Kb sich die Helligkeitsschwankungen immer mehr ausgleichen. Eine Ausgleichung mit wachsender Anzahl der Beiträge tritt doch zwangsläufig nur dort ein, wo es sich um Größen handelt, die nach dem Zufall verteilt sind, während nach unserer Kurve alle Beiträge streng gesetzmäßig gekoppelt sind.

Bei den Kurven mit $Kb \geq \dfrac{1}{2\pi}$ kann schließlich das $\dfrac{dt'}{dt} = 0$ sein; es müßte also an diesen Stellen das I' unendlich groß werden. Diese Schwierigkeit und die Tatsache der Lichtschwankungen überhaupt sind wohl der Grund dafür, daß De Sitter davon spricht, La Rosa hätte ein neues Argument gegen die ballistische Theorie vorgebracht. Indessen läßt sich das Unendlichwerden von I' zur Not vermeiden, indem man sich darauf beruft, daß der Differentialquotient in Gleichung (66) nur ein einfacher analytischer Behelf ist, in Wahrheit aber dort ein Differenzenquotient stehen sollte, weil zu einem merklichen Empfang immer ein endliches Zeitintervall notwendig ist.

Wir fassen nun die Schlüsse von La Rosa in den folgenden Punkten zusammen:

1. Für Kb-Werte kleiner als 0,1 werden die Phänomene, die sich aus der ballistischen Theorie ergeben, unmerklich sein[1]). Es treten

1) Siehe Fußnote 1 auf S. 566.

hier also keine Aufspaltungen von Spektrallinien ein und, nach der Ansicht von La Rosa, auch keine merklichen Helligkeitsschwankungen. Als Beispiel führt La Rosa drei visuelle Doppelsterne an und rechnet (übrigens mit mißverstandenen Daten, weil er statt der Bahngeschwindigkeit um den Schwerpunkt die Radialgeschwindigkeit des Schwerpunktes selbst einführt!) die Produkte Kb, die sich durchwegs als sehr klein ergeben.

2. Liegt das Kb zwischen den Grenzen von etwa 0,1 und 10, dann treten nach La Rosa erstens regelmäßige Helligkeitsschwankungen auf und zweitens Aufspaltungen von Spektrallinien in mehrere Komponenten mit periodisch wechselnder Lage. Über die Veränderlichkeit der Helligkeit ist La Rosa besonders erfreut und will damit die Lichtschwankungen der veränderlichen Sterne erklären. Er behauptet, „daß diese Hypothese auch einen festen und wesentlichen Grund für eine gute theoretische Erklärung eines ausgedehnten und überaus anziehenden Gebietes astronomischer Erscheinungen liefern kann: das ist das Gebiet der durch die ‚veränderlichen Sterne' und ‚neuen Sterne' gebotenen Phänomene". Die Linienaufspaltungen werde man so deuten, daß sie zwei verschiedenen Körpern zuzuschreiben sind, während sie in Wahrheit einem einzigen Körper ihre Entstehung verdanken. Solche unerklärliche Aufspaltungen von Spektrallinien in zwei und mehrere Komponenten seien auch bei Mira Ceti beobachtet worden, und die Entdeckung eines Begleiters dieses Sternes sei die „glänzendste Bestätigung" der ballistischen Theorie.
3. Ist Kb endlich größer als 10, so wird man nur eine konstante Verbreiterung der Spektrallinien wahrnehmen können und, nach der Ansicht von La Rosa, keine Helligkeitsschwankungen[1]). Was die stark verbreiterten Spektrallinien betrifft, so beruft sich La Rosa auf die Wasserstofflinien der Spektralklasse A.

Schließlich will La Rosa in der von ihm behaupteten Tatsache, daß die spektroskopischen Doppelsterne eine Häufung um die 4. und 5. Größenklasse zeigen, eine Bestätigung seiner Theorie erblicken. Denn bei lichtschwächeren, also durchschnittlich entfernteren, Sternen müßte die vielfache Überlagerung in immer stärkerem Maße auftreten, und daher müßten solche Systeme, nach seinem falschen Schluß über den Ausgleich der Helligkeit, bloß breite verwaschene Spektrallinien zeigen und „somit unfähig werden, uns ihre Doppelsternnatur zu enthüllen".

17. Die endgültige Widerlegung des strengen ballistischen Ansatzes durch Thirring und Bernheimer

Thirring verzichtet im zweiten Teil seiner Arbeit, mit welcher wir uns im Abschnitt 15 schon beschäftigt haben, auf den ballistischen Doppler-Effekt, läßt also die Annahme A von uns gelten, nach der jedes Quant als Ganzes, wie eine starre Perlenschnur, ballistisch emittiert wird. Die Beziehung zwischen Empfangszeit t' und Sendezeit t gilt natürlich auch hier, also auch das Diagramm von La Rosa; diese Beziehung stellt ja den eigentlichen Kern der ballistischen Hypothese dar und ist unabhängig von den besonderen Anschauungen über den Emissionsvorgang.

Thirring zitiert nun 5 spektroskopische Doppelsterne, die alle zugleich Bedeckungsveränderliche sind und für welche die erforderlichen Daten bekannt sind, um das Kb zu berechnen, also insbesondere die Parallaxe. Dabei ergeben sich, wenn man $k = 1$ setzt, für die Produkte Kb Werte von 7,9 bis 224. Es müssen also bei diesen Systemen, wenn die ballistische Theorie in der strengen Ritzschen Form ($k = 1$) gilt, Überlagerungen des Lichtes aus mehr als 30 verschiedenen Bahnstellen auftreten, bei einem der 5 Systeme sogar aus fast 90° Stellen. Auch eine 30fache Überlagerung müßte schon völlig verschwommene Spektrallinien ohne jede merkliche Verschiebung während eines Umlaufes zur Folge haben, während in Wirklichkeit bei allen diesen 5 Systemen scharfe Spektrallinien beobachtet werden, deren periodische Verschiebung gemessen werden kann, so daß aus der so gewonnenen Radialgeschwindigkeitskurve eine Bahnbestimmung dieser Systeme möglich wird. Die Periode der Verschiebung der Spektrallinien stimmt mit der des Lichtwechsels für jeden dieser Veränderlichen überein, so daß es nicht notwendig ist, die Gültigkeit der Keplerschen Gesetze anzunehmen (wie wir es für die Bahnbestimmung [Abschnitt 7] getan haben), um die Unhaltbarkeit der ballistischen Hypothese zu erweisen. Denn wie auch die Bewegung in der Bahn erfolgen mag, es müßte auf jeden Fall die Lichtüberlagerung eintreten, von der aber keine Spur vorhanden ist.

In einer Erwiderung kritisiert La Rosa zunächst die Überlegungen von Thirring über

1) In einer späteren Arbeit hat La Rosa die Grenzen für Kb, innerhalb welcher der Stern als Veränderlicher erscheinen müßte, erheblich korrigiert und gibt dafür die Werte an:

$$0{,}02 < Kb < 5.$$

Eine Kritik dieser Grenzen folgt weiter unten.

die Beschleunigungen, welche die Atome in der Sonnenatmosphäre erfahren (Abschnitt 15). Sodann geht er auf den zweiten Teil der Arbeit von Thirring ein und erklärt, daß die ballistische Theorie für den Lichtwechsel der Bedeckungsveränderlichen keine andere Erklärung geben „will und kann", daß also für diesen Typus von Veränderlichen die alte Erklärung (Bedeckung durch die andere Komponente) richtig sei. Dieses Zugeständnis macht er wohl, weil er der (irrigen) Meinung ist, daß für große Kb nach seiner Theorie ein Lichtwechsel nicht mehr eintreten kann. Um aber das Fehlen verwaschener Spektrallinien bei den von Thirring zitierten Doppelsternen zu erklären, genügt dieser Hinweis natürlich nicht. La Rosa versucht deshalb, jene astronomischen Daten anzuzweifeln und zu kritisieren, auf welchen die hohen Werte von Kb beruhen. Insbesondere greift er das unsicherste Datum an, das ist die Distanz D oder die Parallaxe π. Als Beispiel für die Unsicherheit von Parallaxenbestimmungen führt er den Parallaxenwert für W Urs. mai. an, für welches System $Kb = 224$ ist. Nach einer Arbeit der Yerkes-Sternwarte beträgt die Parallaxe dieses Systems:

$$\pi = 0''008 \pm 0''010.$$

Der mittlere Fehler ist hier größer als der Parallaxenwert selbst, was La Rosa besonders unterstreicht, um die Unsicherheit von Parallaxenmessungen überhaupt darzutun. Ferner zitiert er eine Zusammenstellung von Parallaxenwerten eines und desselben Sternes, gemessen von verschiedenen Beobachtern, in welcher für π Werte zwischen $0''11$ und $0''35$ angegeben sind, obwohl die angeführten wahrscheinlichen Fehler alle kleiner als $0''05$ sind. Daraus schließt La Rosa, daß die Parallaxenwerte viel zu unsicher sind, um mit ihrer Hilfe das Kb berechnen zu können.

Ferner greift La Rosa auch die photometrischen Daten an und weist darauf hin, daß bei zwei Binärsystemen, die von Thirring zitiert werden, für die Periode τ_0 in zwei Werken voneinander abweichende Werte zu finden sind. Er schließt seine Ausführungen mit den Worten: „Sich zur Abgabe eines endgültigen Urteiles über die Annehmbarkeit einer Theorie auf Messungen dieser Art stützen zu wollen, erscheint mir nun sehr gewagt, wenn man bedenkt, daß dieses Urteil gegen ein höchst einfaches und höchst festes Gebäude anstößt, in dem die vielfältigen (photometrischen, spektroskopischen, statistischen) an Tausenden von Sternen beobachteten Tatsachen zum erstenmal Ordnung und Licht gefunden haben."

Es war schon oben erwähnt, daß Bernheimer die astronomischen Daten für die Arbeit Thirrings zusammengestellt hatte. Als La Rosa diese angriff, war es natürlich, daß Bernheimer als Fachmann die Einwürfe von La Rosa zurückwies. Es handelt sich dabei im wesentlichen um die folgenden 3 Punkte:

1. Die Ansicht von La Rosa, daß der Lichtwechsel der Bedeckungsveränderlichen von den sich nach der (strengen) ballistischen Theorie ergebenden Lichtüberlagerungen nicht berührt werde, ist falsch. Denn wenn eine vielfache Überlagerung des Lichtes aus den verschiedensten Bewegungsphasen eintritt, so bildet das Licht aus der Verfinsterungszone der Bahn nur einen kleinen Bruchteil des gesamten Lichtes aus allen anderen Phasen, und selbst wenn die Verfinsterung eine totale wäre, könnte aus dem genannten Grunde sich die Helligkeit des veränderlichen Sternes nicht so beträchtlich ändern, wie es tatsächlich bei diesen Objekten beobachtet wird. Es ist demnach verfehlt, den Lichtwechsel auch weiterhin durch Verfinsterung erklären zu wollen und gleichzeitig an der ballistischen Theorie festzuhalten.

2. Zur Kritik von La Rosa an den Parallaxenwerten bemerkt Bernheimer das folgende: La Rosa zitiert die Parallaxenangaben eines Sternes, welche zwischen $0''11$ und $0''35$ liegen, vergißt aber dabei die letzte Spalte der Tabelle zu zitieren, welche die jeweilige Methode der Bestimmung angibt. Im übrigen ist diese Zusammenstellung eine historische, so daß auch jene Werte zitiert sind, welche mit alten, unvollkommenen Hilfsmitteln und nach alten Methoden erhalten worden sind. Aus dem Vergleich historischer Werte mit modernen einen Schluß auf die Verläßlichkeit eines Messungsergebnisses zu ziehen, sei aber gänzlich verfehlt.

Ein Beispiel möge uns die Richtigkeit dieses Standpunktes illustrieren. Nehmen wir an, ein Nichtfachmann sehe eine Zusammenstellung von Werten für die Sonnenparallaxe oder für die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, in welcher auch die alten Werte von Aristarch und Hipparch angegeben sind. Der letztere schätzte jene Entfernung auf etwa 8000 Erdradien, das sind rund 5 Millionen Kilometer, während sie nach den neuesten Bestimmungen rund 150 Millionen Kilometer beträgt, das ist das 30fache des Hipparchschen Wertes. Er wird daraus aber wohl kaum den Schluß ziehen, die Astronomen seien über diese wichtige Konstante noch ganz im unklaren.

Als Gegenbeispiel für die Genauigkeit moderner Parallaxenbestimmungen führt Bernheimer den Variablen τ Cygni an. Für diesen Stern ergaben sich nach den verschiedenen Methoden und auf verschiedenen Sternwarten die folgenden Parallaxenwerte:

$0''042 \pm 0''008$ (Mt. Wilson, spektroskopische Methode),
$0''043 \pm 0''009$ (Viktoria, spektroskopische Methode),
$0''042 \pm 0''011$ (Mittelwert aus Werten mehrerer Sternwarten nach der photographisch-trigonometrischen Methode).

Das Zitat von La Rosa betreffend die Parallaxe von W Urs. mai. ist richtig. Der mittlere Fehler ist hier tatsächlich so groß, daß er den gemessenen Wert übertrifft. Es liegen hier die folgenden Ergebnisse vor:

$0''008 \pm 0''010$ (Yerkes-Observatorium),
$0''012$ (Yerkes-Observatorium),
$0''010 \pm 0''011$ (spektroskopische Methode).

Was folgt aus dieser Unsicherheit für die ballistische Theorie? Der große Wert des Kb hängt mit der großen Distanz D des Systems zusammen, denn nach den Gleichungen (63) und (61) gilt für $k = 1$:

$$Kb = \frac{D \cdot v}{c^2 \cdot \tau_0}.$$

Gerade für diesen Stern ist $Kb = 224$, so daß eine 900fache Überlagerung des Lichtes aus allen Bahnteilen stattfinden müßte, wenn der strenge ballistische Ansatz gilt. La Rosa möchte nun das D möglichst klein haben, also die Parallaxe möglichst groß, damit das Kb klein wird. Fügen wir zum größten Wert oben den mittleren Fehler im vollen Betrage hinzu, so wird $\pi = 0''023$ und damit $Kb = 71$, was eine rund 280fache Überlagerung des Lichtes bedeutet. Es ist klar, daß mit der Erniedrigung des Wertes von 900 auf 280 der ballistischen Theorie nicht geholfen ist.

Dazu kommt aber noch das folgende: Es kann sein, daß das π hier viel zu groß gemessen ist, die Distanz D in Wahrheit also viel größer ist, als sie sich aus den oben angeführten Werten von π ergibt. Dieser Sachverhalt wäre um so schlechter für die ballistische Theorie, weil dann Kb noch größer wird. Viel zu klein kann aber der gemessene Wert nicht ausfallen, denn eine große Parallaxe wird man natürlich leicht und mit viel größerer prozentueller Genauigkeit bestimmen können als eine kleine. Durch eine Kritik der Parallaxenwerte lassen sich also die Einwände gegen die Ritzsche Hypothese nicht entkräften.

3. La Rosa weist schließlich noch darauf hin, daß selbst hinsichtlich der durch einfache photometrische Messungen zu erlangenden Umlaufszeit der Binärsysteme Meinungsverschiedenheiten bestehen und gerade in bezug auf zwei der von Thirring angeführten, nämlich S Antliae und W Urs. mai. Die Periode für den letzteren Stern beträgt beispielsweise (von einer außerordentlich geringen Veränderlichkeit abgesehen) nach einer Arbeit von Huffer:

$$\tau_0 = 0{,}333\,037\,665^d.$$

Es fällt hier sofort die ungewöhnlich große Genauigkeit auf, mit welcher diese Konstante ermittelt ist. Es ist ja bekannt, daß die Umlaufszeiten zu den genauesten Daten der Astronomie gehören, was darauf zurückzuführen ist, daß man das Zeitintervall genau beobachten kann, welches eine große Anzahl solcher Umläufe enthält und, Konstanz der Periode vorausgesetzt, durch Division des Zeitintervalls durch diese Anzahl die Dauer der Periode mit größter Genauigkeit erhält. In Anbetracht dieser Tatsache ist es verwunderlich, daß La Rosa auch diese Daten verdächtigt. Tatsächlich zeigen manche Werke für einige Bedeckungsveränderliche verschiedene Werte für τ_0. Ein flüchtiger Vergleich zeigt aber sofort, daß der neuere Wert immer genau das Doppelte des alten ist. Die Erklärung dieser Tatsache ist einfach:

Es gibt Doppelsterne, die Bedeckungsveränderliche sind, bei welchen beide Komponenten nahezu die gleiche Flächenhelligkeit haben und eine Kreisbahn umeinander beschreiben. Dann wird zweimal während eines Umlaufes, entsprechende Bahnneigung vorausgesetzt, eine Bedeckung eintreten, und bei der gleichen Flächenhelligkeit der Körper müßten die dadurch bewirkten Minima der Lichtkurve gleich tief sein, denn es ist dann offenbar gleichgültig, ob ein bestimmter Teil des größeren Körpers durch den kleineren verdeckt wird oder umgekehrt ein gleich großer Teil des kleineren durch den größeren. Ein Beobachter, der die speziellen Verhältnisse in diesen Systemen nicht kennt und nur die Lichtkurve beobachtet hat, könnte den Lichtwechsel auch so deuten, daß ein dunkler (und relativ kleiner) Begleiter einmal während eines Umlaufes die Lichtabnahme durch Bedeckung verursacht, während seine Bedeckung durch den hellen Hauptstern keine Lichtabnahme bewirkt. Bei kreisförmiger Bahn sind die Lichtminima bei unserer vorigen Annahme außerdem zeitlich äquidistant, wie dies bei Verfinsterungen durch den dunklen Begleiter selbstverständlich der Fall ist, so daß auch aus der Lage der Minima eine Entscheidung nicht zu treffen ist. Unser Beobachter würde daher das $\tau_0' = \frac{\tau_0}{2}$ als Periode erklären. Gelingt es aber, durch genauere photometrische Messungen zu zeigen, daß jedes zweite Minimum doch etwas flacher oder tiefer ist, oder gelingt es, die Periode der Linienverschiebungen im Spektrum zu bestimmen, so ist damit die

Entscheidung zwischen den beiden möglichen Standpunkten gefällt und gezeigt, daß der alte unter der Annahme eines dunklen Begleiters gewonnene Wert zu verdoppeln ist. Eine Unsicherheit in der Bestimmung der Periode liegt dann bei solchen Systemen nicht im entferntesten vor.

Auf diese Berichtigungen von Bernheimer hat La Rosa nicht mehr geantwortet. Wir erkannten, daß die strenge ballistische Hypothese, welche den letzten besprochenen Arbeiten zugrunde liegt, unhaltbar ist; der Faktor k im ballistischen Ansatz kann also unmöglich gleich 1 sein. Die allgemeinere Frage nach einer Abschätzung, also einer oberen Grenze für das k, die möglichst klein sei, ist aber, wie wir sahen, unbeantwortet geblieben. Die Überlegung De Sitters ist unrichtig, während die Abschätzung von Zurhellen auf einer Annahme beruht, die nicht notwendig mit dem ballistischen Prinzip gekoppelt ist. Indessen ist es nach den vorangegangenen Überlegungen nicht schwer, eine Abschätzung vorzunehmen.

18. Abschätzung des Faktors k

Die Vorarbeiten zur Abschätzung des Faktors k haben wir schon dadurch geleistet, daß wir den allgemeinen ballistischen Ansatz den Überlegungen des Abschnittes 16 zugrunde legten. Wir hatten nach den Gleichungen (61) und (63):

$$b' = k \cdot \frac{v}{c} \tag{61}$$

$$K = \frac{D}{c \cdot \tau_0}, \tag{63}$$

während La Rosa $k = 1$ setzt. Dann ist b', das wir für diesen Fall b genannt haben, gegeben durch Gleichung (61a):

$$b = \frac{v}{c}. \tag{61a}$$

Die Gestalt der Kurven im tt'-Diagramm wird, wie wir sahen, im speziellen Fall $k = 1$ durch den Faktor Kb bestimmt; im allgemeinen Fall $k < 1$ also nach Gleichung (64) durch den Faktor Kb', wobei wegen Gleichung (61) und (61a) gilt:

$$Kb' = K \cdot k \frac{v}{c} = k\,(Kb). \tag{68}$$

Im allgemeinen Fall ist also der die Gestalt der Kurven bestimmende Faktor Kb' bloß das k-fache ($k < 1$) des Wertes, den der Faktor nach der Ritzschen Theorie haben müßte.

Der Grundgedanke, der zur Berechnung einer Schranke für das k führt, ist außerordentlich einfach: Wir müssen diesen Faktor so klein wählen, daß gerade die Widersprüche mit der Erfahrung, welche bei $k = 1$ auftreten, und von welchen am Anfange des Abschnittes 17 die Rede war, verschwinden. Wir haben dort gesehen, daß für ein bestimmtes Binärsystem (W Urs. mai.) das Produkt Kb den außerordentlich großen Wert 224 erreicht. Setzen wir etwa $k = 2\frac{1}{4}$, so wird nach Gleichung (68) $Kb' = 1$. Aber auch für diesen Wert von Kb' müßten noch die Spektrallinien 3–5fach aufgespalten erscheinen (s. Fig. 12), was den Beobachtungen widerspricht. Wir müssen daher das k noch weiter verkleinern, so daß

$$Kb' < \frac{1}{2\pi} \tag{69}$$

wird, denn von dieser Grenze ab treten keine Lichtüberlagerungen mehr auf. Damit ergibt sich aus Gleichung (68):

$$k = \frac{Kb'}{Kb} < \frac{1}{2\pi \cdot 224}$$

also:

$$k < 0{,}0007\,.$$

Mit Rücksicht auf die Unsicherheit der verwendeten Parallaxe, von welcher der Wert Kb ja abhängt, wollen wir die obere Schranke für k verdoppeln und nur behaupten, daß

$$k < 0{,}0014. \tag{70}$$

Man kann also aus der Existenz scharfer einfacher Spektrallinien beim Binärsystem W Urs. mai. den Schluß ziehen, daß die Geschwindigkeit der Lichtquelle höchstens mit ihrem 700. Teil (abgerundet) in die Lichtgeschwindigkeit eingeht.

Diese Abschätzung des k beruht allein auf dem Fehlen von Lichtüberlagerungen aus verschiedenen Bewegungsphasen, welche eine Aufspaltung der Spektrallinien bewirken müßten. Es liegt nun der Gedanke nahe, auch die Intensitätsschwankungen, die sich nach der ballistischen Theorie ergeben müßten, zu einer weiteren Herabdrückung des k zu benützen. Zunächst soll die Größe der Helligkeitsschwankungen eines Sternes durch den ballistischen Effekt berechnet und daran eine Kritik der unteren Grenze von La Rosa für das Kb angeschlossen werden.

Wir gehen von Gleichung (66) aus:

$$I' = \frac{I}{\left|\frac{dt'}{dt}\right|}. \tag{66}$$

Aus Gleichung (64) erhält man ferner:

$$\frac{dt'}{dt} = 1 - Kb'\tau_0\omega \sin \omega t$$
$$= 1 - 2\pi Kb' \sin \omega t\,, \tag{71}$$

wobei für $\tau_0\omega$ aus Gleichung (58) eingesetzt wurde. Wir beschränken uns nun auf $Kb' < \frac{1}{2\pi}$,

so daß $\frac{dt'}{dt}$ immer positiv ist und nie gleich Null werden kann. Der Maximal- und Minimalwert von $\frac{dt'}{dt}$ ergibt sich nun aus Gleichung (71) sofort für die entsprechenden Extremwerte des Sinus:

$$\left(\frac{dt'}{dt}\right)_{\text{Max}} = 1 + 2\pi K b'$$

und

$$\left(\frac{dt'}{dt}\right)_{\text{Min}} = 1 - 2\pi K b'$$

und daher die Extremwerte für die empfangene Frequenz I':

$$I'_{\text{Max}} = \frac{I}{1 - 2\pi K b'} \tag{72}$$

$$I'_{\text{Min}} = \frac{I}{1 + 2\pi K b'} \tag{73}$$

Das Verhältnis der extremen empfangenen Intensitäten ist also gegeben durch:

$$\frac{I'_{\text{Max}}}{I'_{\text{Min}}} = \frac{1 + 2\pi K b'}{1 - 2\pi K b'} \tag{74}$$

Wir wollen nun den Helligkeitswechsel bei vorgegebenem Kb' in Größenklassen ausdrücken. Die Beziehung zwischen der Differenz in Größenklassen $m_2 - m_1$ und dem Verhältnis der zugehörigen Intensitäten I_2 und I_1 ist bekanntlich definiert durch die Gleichung:

$$m_2 - m_1 = 2{,}5 \log \frac{I_1}{I_2}. \tag{75}$$

In unserem Falle erhalten wir daher für den extremen Unterschied in Größenklassen, welchen wir kurz Δm nennen, mit Hilfe von Gleichung (74) den Ausdruck:

$$\Delta m = 2{,}5 \log \frac{1 + 2\pi K b'}{1 - 2\pi K b'}. \tag{76}$$

Für $Kb' = 0{,}1$ ergibt sich hieraus $\Delta m = 1{,}6^m$ (ein hochgestelltes m heißt hier „Größenklassen"), d. h. eine Helligkeitsänderung, die ohne alle photometrischen Hilfsmittel konstatierbar wäre. La Rosa gibt deshalb in einer späteren Arbeit als untere Grenze für das Kb, von welcher ab eine Helligkeitsänderung nicht mehr merklich wäre, statt 0,1 den Wert 0,02 an[1]), dürfte aber auch für diesen Fall sich die Helligkeitsänderung nicht ausgerechnet haben. Denn aus Gleichung (76) folgt für $Kb' = 0{,}02$ ein $\Delta m = 0{,}27$, also immer noch ein sehr großer Wert, wenn man bedenkt, daß der mittlere Fehler bei visuellen photometrischen Messungen bei $0{,}07^m$ liegt, bei lichtelektrischen sogar unter $0{,}01^m$.

Nehmen wir das Δm zu $0{,}01^m$ an, also ungefähr entsprechend der Genauigkeit bei Anwendung lichtelektrischer Photometer, so kann man umgekehrt aus Gleichung (75) das Kb' rechnen und findet dabei:

$$Kb' = 0{,}00074. \tag{77}$$

So klein muß also das Kb' sein, wenn die Helligkeitsschwankungen einer leuchtenden Doppelsternkomponente, welche sich um einen dunklen Begleiter bewegt, nach der ballistischen Theorie unmerklich sein sollen.

Man könnte nun versuchen, aus dem Nichtvorhandensein bestimmter Helligkeitsschwankungen bei geeigneten Binärsystemen die Grenze für das Kb' weiter herabzudrücken, als dies durch die Bedingung $Kb' < \frac{1}{2\pi}$ möglich war, welche der Forderung entspricht, daß keine Lichtüberlagerungen mehr auftreten. Indessen ergeben sich hier Schwierigkeiten. Wir hatten bisher bloß die Helligkeitsschwankungen von einer Komponente eines Binärsystems betrachtet. Im allgemeinen werden aber beide Komponenten leuchtende Körper sein und dies besonders im Falle enger Binärsysteme, für welche die größten Kb-Werte zu erwarten sind. Nun kann man leicht zeigen, daß für kleine Werte von Kb', wo zweite und höhere Potenzen dieser Größe in den Entwicklungen vernachlässigt werden können, die Helligkeitsschwankung infolge des ballistischen Effektes bei einem einzigen leuchtenden Körper durch die folgende Funktion der Zeit dargestellt wird:

$$\Delta m = -6{,}822 \cdot Kb' \sin \omega t, \tag{78}$$

also durch eine reine Sinusfunktion. (Dabei ist, wie in Abschnitt 16, eine Kreisbahn vorausgesetzt und die Zeit t wird vom Durchgang durch den aufsteigenden Knoten gezählt.)

Sind nun beide Komponenten hell, so werden sich zwei derartige Helligkeitsschwankungen überlagern, und größtenteils kompensieren können, da die Phasen der beiden Bewegungen natürlich um 180° differieren. Außerdem ist hier das Δm nicht mehr unabhängig von der Intensität der beiden Körper, so daß eine Abschätzung für das Kb' aus dem Gesamtlicht außerordentlich kompliziert wird, zumal zu diesen Helligkeitsschwankungen noch der Lichtwechsel infolge gegenseitiger Bedeckung hinzutritt.

Diese Schwierigkeiten lassen sich vermeiden, wenn die Intensitätsänderungen der Spektrallinien jedes Körpers für sich beobachtet werden können. Es ist aber klar, daß die Genauigkeit spektralphotometrischer Daten, zumal für lichtschwächere Objekte, nicht mit der Genauigkeit von Bestimmungen der Gesamthelligkeit vergleichbar ist. Ein Urteil darüber, innerhalb welcher Genauigkeitsgrenzen die Intensität der

1) Siehe Fußnote auf S. 566.

Spektrallinien bestimmter Binärsysteme (etwa von W Urs. mai.) konstant bleibt, kann wohl nur der Beobachter fällen, der sich mit diesen speziellen Systemen befaßt hat. Immerhin erscheint hier eine Möglichkeit gegeben, die obere Schranke für den Faktor k durch Betrachtungen der angedeuteten Art noch wesentlich herabzudrücken.

19. Ballistisches Prinzip und spezielle Relativitätstheorie

Bei allen vorangegangenen Überlegungen hatten wir, wie im Abschnitt 4 ausdrücklich betont worden war, die klassische Kinematik benützt, zu deren Rettung ja die ballistische Hypothese ersonnen worden war. Wir haben gesehen, daß man dabei zu Widersprüchen mit der Erfahrung gelangt. Gescheitert ist demnach nur die Union: ballistische Hypothese plus klassischer Kinematik, woraus man aber nicht den Schluß ziehen darf, daß die ballistische Hypothese nicht mit einer anderen Kinematik verträglich sein könnte. In der Tat kann man leicht zeigen, daß die Kinematik der speziellen Relativitätstheorie mit dem ballistischen Prinzip durchaus verträglich ist. In dieser Kinematik lautet das Additionsgesetz der Geschwindigkeiten, für den einfachsten Fall gleicher Richtungen dieser, nicht wie in der klassischen Kinematik:

$$w = u + v, \tag{79}$$

sondern:

$$w = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}. \tag{80}$$

Dabei bedeutet u die Geschwindigkeit eines Teilchens in einem Inertialsystem J_1, v die Geschwindigkeit des Systems J_1 in der gleichen Richtung wie u gegen ein anderes System J_2, c die Lichtgeschwindigkeit und w die Geschwindigkeit des Teilchens relativ zu J_2. Handelt es sich im besonderen um ein emittiertes Lichtquant, so ist seine Geschwindigkeit im System der Lichtquelle J_1: $u = c$, v also die Geschwindigkeit der Lichtquelle relativ zu J_2. Aus Gleichung (80) folgt, daß die Geschwindigkeit des Lichtquants in J_2 gleich ist:

$$w = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = c, \tag{81}$$

d. h. auch in J_2 ist die Geschwindigkeit des Lichtes gleich c, und wir haben stets die gleiche Lichtgeschwindigkeit, entsprechend dem zugrunde gelegten Prinzip, trotz der ballistischen Lichtemission. Bei konstantem $\mathfrak{C}$ werden aber alle oben für veränderliche Lichtgeschwindigkeiten gezogenen Schlüsse hinfällig und alle Unstimmigkeiten fallen hier fort.

20. Schlußwort

Es gibt Physiker, die noch immer die klassische Kinematik für streng richtig halten. Ihre Anzahl wird mit der Zeit wohl immer geringer. Andere vertreten das entgegengesetzte Extrem: ihnen ist die relativistische Kinematik über jeden Zweifel erhaben, und sie begründen ihren Standpunkt mit der tausendfachen Bewährung direkter und indirekter Art für die Relativitätstheorie. In den Augen der letzteren verdient die vorliegende kritische Arbeit lediglich vom historischen Standpunkt aus vielleicht noch etwas Interesse. Dem Verfasser erscheint es jedoch wichtig und interessant, eine grundlegende Annahme einer Theorie, falls dies, wie im vorliegenden Falle, möglich ist, direkt an der Erfahrung zu prüfen. Denn erstens kann man aus der Bewährung der Folgerungen einer Theorie nicht auf die unbedingte Richtigkeit der Grundlagen schließen und zweitens wird es für die axiomatische Darstellung einer Theorie immer von größtem Interesse sein, wie weit sich die angenommenen Grundsätze durch einfache Erfahrungstatsachen rechtfertigen lassen. Denn wenn sich einmal irgendwelche Schwierigkeiten ergeben, dann wird man von einer axiomatischen Darstellung aus leicht übersehen können, welche Annahmen einer Revision fähig oder bedürftig sind.

Literaturverzeichnis[1])

1) De Sitter, Ein astronomischer Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Physik. Zeitschr. **14**, 429, 1913.
2) P. Guthnick, Astronomische Kriterien für die Unabhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von der Bewegung der Lichtquelle. Astr. Nachr. **195**, 265.
3) E. Freundlich, Zur Frage der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Physik. Zeitschr. **14**, 835, 1913.
4) W. de Sitter, Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle behauptet werden kann. Physik. Zeitschr. **14**, 1267, 1913.
5) Zurhellen, Zur Frage der astronomischen Kriterien für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Astr. Nachr. **198**, 1, 1914.
6) La Rosa, Addiert sich die Geschwindigkeit des Lichtes zu derjenigen der Lichtquelle? Dafür sprechende Beweise aus den Phänomenen der „veränderlichen Sterne". Zeitschr. f. Phys. **21**, 333, 1924.
7) H. Thirring, Über die empirische Grundlage des Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Zeitschr. f. Phys. **31**, 133, 1925.
8) La Rosa, Der Dopplereffekt und das ballistische Prinzip über die Geschwindigkeit des Lichtes. (Erwiderung auf eine Mitteilung von Prof. de Sitter.) Astr. Nachr. **222**, 249, 1924.

1) Die Literaturzusammenstellung enthält nur die dem Verfasser zugänglichen Arbeiten zur ballistischen Lichttheorie.

9) Gramatzki, Dopplereffekt und ballistische Theorie des Lichtes. Astr. Nachr. **223**, 135, 1924.
10) La Rosa, Dopplereffekt und ballistische Theorie des Lichtes. Astr. Nachr. **223**, 293, 1924.
11) La Rosa, Über die empirische Grundlage des ballistischen Prinzips der Lichtfortpflanzung. (Erwiderung an Prof. Thirring.) Zeitschr. f. Phys. **34**, 698, 1925.
12) Bernheimer, Astronomische Beobachtungsergebnisse und die ballistische Theorie der Lichtausbreitung. Zeitschr. f. Phys. **36**, 302, 1926.

Graz, Universitäts-Sternwarte, im Juli 1939.

(Eingegangen 8. Juli 1939)

Besprechungen

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten.

Horst Teichmann, Vektoralgebra und ihre Anwendungen. Gr-8°. VIII und 93 Seiten. Mit 65 Fig. Frankfurt a. M. 1938. Verlag Moritz Diesterweg. RM 3.80.

Die hier gegebene Darstellung weicht in mancher Beziehung von der bisher meist in Lehrbüchern der Vektorenlehre gewählten ab. Es wird von vornherein auf die Erkenntnis größter Wert gelegt und dementsprechend eingehend begründet, daß man es bei dem Vektorbegriff mit einem „höheren" Zahlenbegriff zu tun hat, für den neue Gesetze und Symbole geschaffen werden können, die nur, wie es die Logik verlangt, auf unter sich widerspruchsfreien Annahmen aufgebaut sein müssen. Die aus diesen Betrachtungen sich ergebenden konsequenten Entwicklungen der an sich einfachen Gesetzmäßigkeiten der Vektoralgebra sind — so möchte ich glauben — weniger anschaulich als die, die sich aus dem unmittelbaren Abbild z. B. der Geometrie oder der Verschiebung od. dgl. ergeben. Der Verfasser baut die Vektoralgebra logisch auf und hält es für „zweckmäßig", ihr die Additions- und Subtraktionsgesetze zugrunde zu legen, die für den Verschiebungsvektor gelten, während man bisher meist im Gegensatz dazu als Grundlage die Forderung hinstellte, daß die Gesetze der Vektorrechnung mit denen der geometrischen Addition u. dgl. zusammenfallen, also diese nur analytisch wiedergeben. Wie man den Ausgangspunkt wählen will, ist natürlich Geschmackssache und hängt ab von dem Ziel, das man verfolgt. Der Verfasser will hier zeigen, daß man es bei dem Vektorbegriff mit einem neuen Begriffssystem zu tun hat, das „auch neue Wege des Denkens und neue Formen der Lösung der gestellten Probleme verlangt". Es wird für jeden wertvoll sein, die Ausführungen des Verfassers zu studieren und besonders anregend auch denen, die schon mehr oder weniger mit dem Wesen der Vektorrechnung vertraut sind.

Unter den Anwendungen findet man neben einigen, auch in anderen Büchern behandelten eine Reihe von neuen Beispielen aus der analytischen Geometrie, der ebenen und sphärischen Trigonometrie, der Algebra und der Mechanik.

In dem angehängten Abschnitt über die Vektoranalysis findet man die Behandlung des Gradienten, der Divergenz und des Rotors mit Beispielen. Ein Schlußkapitel behandelt die Funktionalrechnung (u. a. Reihenentwicklung, Integralgleichungen).

S. Valentiner

Nachrichten

Dozenturen: Dr. Zoltán Szabó an der Universität Budapest für chemische Mechanik, Dr. Willy Oelsen an der Universität Münster für Metallchemie, Dr. Ernst Mohr an der Universität und Technischen Hochschule Breslau für angewandte Mathematik und Mechanik, Dr. Heinrich Thiele an der Universität Kiel für angewandte Kolloidchemie, Dr. Wilhelm Groth an der Universität Hamburg für physikalische Chemie, Dr. Fritz Schultz-Grunow an der Universität Göttingen für angewandte Mechanik, Professor Dr. Ernst Baars von den Physikalischen und Chemischen Laboratorien der Akkumulatorenfabrik AG. in Hagen an der Technischen Hochschule Hannover für Theorie und Technik elektrischer Akkumulatoren, an der Universität München Dr. Eugen Kappler für Experimentalphysik, an der Universität Berlin Dr. Otto von Auwers für Physik, Dr. Ing. Werner Meurer an der Technischen Hochschule Darmstadt für Experimentalphysik, an der Bergakademie Freiberg i. S. Dr. Alfred Jäppelt für Chemische Technologie, an der Universität Rostock Dr. Walter Landherr für Mathematik, an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Ernst Lenz für Struktur und Eigenschaften der Materie, an der Universität Bonn Oberstudiendirektor Dr. Walter Wagner für Natürliche und Synthetische Faserstoffe und Dr. Hermann Josef Antweiler für anorganische und analytische Chemie.

Ernannt: Der ord. Professor für Wehrchemie an der Technischen Hochschule Berlin und Präsident der deutschen Forschungsgemeinschaft Dr. Rudolf Mentzel zum Ministerialdirektor im deutschen Reichsministerium für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung, der Lehrbeauftragte für Fernmeldetechnik an der Technischen Hochschule München Ministerialrat Diplom-Ingenieur Dr. Hans Steidle zum Honorarprofessor daselbst, der Dozent für Chemie an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Theodor Wagner-Jauregg zum a. o. Professor daselbst, der nichtbeamtete a. o. Professor an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Georg Wittig zum a. o. Professor für organische Chemie daselbst, der nichtbeamtete a. o. Professor an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Heinz Kirschbaum zum außerplanmäßigen Professor für Physik und Photographie ebendaselbst.

Ehrungen: Der Direktor des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Physik und ord. Professor an der Universität Berlin Dr. Peter Debye wurde zum Ehrenmitglied der Indian Academy of Sciences in Bangalore, sowie der Nederlandschen Chemischen Vereenigung und der Société Philomatique in Paris gewählt.

In den Ruhestand: Der ord. Professor für Chemie und Technologie der Lebensmittel an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Ing. Dr. phil. Alfred Heiduschka.

Gestorben: Der frühere Honorarprofessor der Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Adolf Juckenack.

Verantwortlicher Schriftleiter: Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C 1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — D. A. 1330, II. Vj. 1939. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany.